

# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus: *Wahlen im Statistikunterricht*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



# Wahlen im Statistikunterricht

Antonia Zeimetz, Offenbach

Illustrationen von: Christoph Grundmann und Dr. Wolfgang Zettlmeier



© RAABE 2019

© ericsphotography/E+/Getty Images Plus

Am Sonntag, den 26. Mai 2019, wurde in vielen Städten, so z. B. in Stuttgart, dreimal gewählt: Europa-, Regional- und Gemeinderatswahl. Auch der Brexit beschäftigt viele Bürger. Nutzen Sie diese Themen für einen praxisorientierten Einstieg in die beschreibende und schließende Statistik.

---

## KOMPETENZPROFIL

**Klassenstufe/Lernjahr:** 11 bis 13 (G9)

**Dauer:** ca. 14 Unterrichtsstunden für das Gesamtmaterial, Materialien sind auch einzeln einsetzbar

**Kompetenzen:** Anwendungen aus der beschreibenden und schließenden Statistik rund um das Thema Wahlen, insbesondere zu Baumdiagrammen und bedingten Wahrscheinlichkeiten, Hypothesentests und Konfidenzintervallen; kritisch-konstruktive Reflexion der Demoskopie sowie ihrer Werkzeuge

**Thematische Bereiche:** Stochastik, Wahlergebnisse, Hypothesentests

**Medien:** Texte, 1 Farbfolie, Bilder

---

## Didaktisch-methodisches Konzept

Die vorliegenden Unterrichtsmaterialien knüpfen an Themen an, die im aktuellen politischen Diskurs immer wieder auftauchen, z. B.:

- Wie gut können Demoskopien Wahlergebnisse überhaupt vorhersagen?
- Wie tendenziös sind Wahlumfragen?
- Sind Deutschlands Meinungsforschungsinstitute parteiisch?

Hierbei wird das Ziel verfolgt, dass Ihre Schüler durch die Auseinandersetzung mit echten Daten und Problemen in die Lage versetzt werden, die Statistiken, die uns als Bürger im täglichen Leben begegnen, eigenständig kritisch zu reflektieren. Im beruflichen und gesellschaftlichen Leben wird man nahezu täglich mit Daten und Wahrscheinlichkeitsaussagen konfrontiert. Daher muss sich diese Entwicklung auch im Mathematikunterricht widerspiegeln.

### Lehrplanbezug

Die Beispiele sind so gewählt, dass typische Inhalte aus den Kernlehrplänen der Oberstufe aufgegriffen werden. Das Kerncurriculum (Qualifikationsphase) für die hessische Oberstufe dient hier als Beispiel:

- Bestimmen von Wahrscheinlichkeiten bei mehrstufigen Zufallsexperimenten
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten
- Entwickeln einseitiger Hypothesentests: Festlegen der Hypothesen, Ermitteln von Entscheidungsregeln zu vorgegebenen Signifikanzniveaus
- Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten (auf Grundlage der Sigma-Regeln): Schließen von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit, Bestimmen von Konfidenzintervallen in verschiedenen Sachzusammenhängen

Allgemeine mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler können ...	Anforderungsbereich
K4, K5	L 5	... Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen ( <b>M 2/M 8</b> ).	I/II
K1, K6	L 5	... Hypothesentests durchführen und interpretieren sowie die Unsicherheit und Genauigkeit der Ergebnisse begründen ( <b>M 3/M 5/M 8</b> ).	II/III
K3	L 5	... Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden ( <b>M 4</b> ).	I/II
K2, K1, K6	L 5	... von einer Stichprobe auf die Grundgesamtheit schließen und die Genauigkeit von solchen Aussagen beurteilen ( <b>M 5/M 6/M 8</b> ).	II/III

Für welche Kompetenzen und Anforderungsbereiche die Abkürzungen stehen, finden Sie auf der beiliegenden **CD-ROM 75**.

Die vorliegenden Anwendungen dienen der Vertiefung der Grundkenntnisse der oben genannten Inhalte. Die Arbeitsmaterialien sind so aufbereitet, dass sie unterschiedlichste Arbeits- und Sozialformen zulassen.

Zu **M 1**:

Anhand des Materials **M 1** sollen Ihre Schüler gängige Strategien zum interessen geleiteten Einsatz von **Diagrammen** kennenlernen und erproben. Anschließend an eine Plenumsphase, in der die Schüler die verschiedenen Eindrücke, die bei der Betrachtung der Diagramme entstehen, beschreiben, sollen sie herausarbeiten, wie diese zustande kommen. Zur Reflexion und Sicherung sollen die Schüler eine Checkliste zur Entlarvung manipulativer Statistiken erstellen. Abschließend probieren die Lernenden die Strategien aus, indem sie den **selbstdifferenzierenden Aufgabenteil c)** bearbeiten und eigenständig mit einer Tabellenkalkulation entsprechende Diagramme erzeugen. Einen Tipp für die **Internetrecherche** finden Sie auf dem Arbeitsblatt.



Zu **M 2**:

**Baumdiagramme** werden hier als Werkzeug zum Strukturieren von Daten eingesetzt. Mithilfe des umgekehrten Baumdiagramms erkennen die Schüler, dass die gleichen Daten – je nach Aufbereitung – unterschiedliche Eindrücke erwecken können. Zudem soll herausgestellt werden, dass die umgekehrten Baumdiagramme auch zum Auffinden von **bedingten Wahrscheinlichkeiten** geeignet sind.

Zu **M 3**:

Anhand des vorliegenden Materials sollen die Lernenden den Nutzen und die Grenzen von **Hypothesentests** einschätzen. Aufgabenteil b) thematisiert eine verbreitete Fehlvorstellung, nämlich dass Zufallsschwankungen bei Daten ausgeklammert werden. Daran anknüpfend führen die Schüler einen Hypothesentest durch und untersuchen, ob die CDU bei Wahlumfragen signifikant oft überschätzt wird. Häufig endet der Mathematikunterricht mit der Formulierung der **Entscheidungsregel**. Um die Aussagekraft dieses Werkzeugs korrekt einschätzen zu können, bedarf es einer Diskussion der Aussagekraft von Hypothesentests. Durch die drei Thesen wird diese angestoßen. Hierbei wird z. B. thematisiert, ob darauf geschlossen werden kann, dass der Auftraggeber der Umfrage politische Interessen verfolgt oder nicht.

Zu **M 4**:

In den letzten Jahren kam es immer wieder zu unerwarteten Wahlausgängen (z. B. beim Brexit oder den Präsidentschaftswahlen in den USA). Ein Grund für Überraschungen ist auch, dass Umfragen im Vorfeld von Wahlen vorgeben, Wahlergebnisse prognostizieren zu können. Mittlerweile wird zwar häufiger (aber längst nicht immer) auf **statistische Zufallsschwankungen** hingewiesen, jedoch fehlt eine Erklärung dieser Schwankung. Anhand der Materialien **M 4** bis **M 6** soll dieses Problem beleuchtet werden. Bei der Bearbeitung des Materials **M 4** nähern sich die Schüler dem Problem phänomenologisch. Hierzu steht eine **Excel-Datei** zur Verfügung, mit der Ihre Schüler die Ergebnisse von Wahlumfragen simulieren können. Obwohl die Bedingungen der Simulation optimal sind (die echten Wahlergebnisse liegen vor) und somit die Probleme von Meinungsforschungsinstituten ausgeklammert werden (Unentschlossenheit, Unwahrheit, Unerreichbarkeit), liefern 1000 simulierte Ergebnisse aufgrund von Zufallsschwankungen **keine sichere Prognose**. Anhand der Excel-Datei soll dies für die Lernenden erfahrbar gemacht und ihre Intuition geschärft werden. Zur einfacheren Diskussion im Plenum sollen die Schüler zudem eine exemplarisch ausgewählte Simulation (Aufgabenteil b)) analysieren.

**Zu M 5:**

Anknüpfend an **M 4** wird hier das Problem weitergehend untersucht. Zunächst stellen die Schüler durch die Durchführung eines **zweiseitigen Hypothesentests** fest, dass die vorliegende Stichprobe nicht ausschließlich mit der Wahrscheinlichkeit  $p = 0,52$  vereinbar ist. Durch Ausprobieren sollen sie das zur Datenlage passende **Konfidenzintervall** annähern. Anhand des Aufgabenteils c) lernen die Schüler eine rechnerische Methode zur Bestimmung der Grenzen des Konfidenzintervalls kennen. Der Rechercheauftrag im Aufgabenteil e) kann zur **Binnendifferenzierung** eingesetzt werden.

**Zu M 6:**

Anhand einer **arbeitsteiligen Gruppenarbeit** untersuchen die Lernenden, warum die erste Prognose am Wahlabend deutlich bessere Ergebnisse liefert als die Umfragen im Vorfeld der Wahlen. Es bietet sich an, jede Gruppe eine **relative Häufigkeit** untersuchen zu lassen und hierbei den **Stichprobenumfang** zu variieren. Bei besonders leistungsstarken Lerngruppen ist es ebenso möglich, dass jedes Gruppenmitglied eine andere relative Häufigkeit untersucht.

**Zu M 7:**

Die Materialien **7A** sowie **7B** können gut als **Partnerpuzzle** bearbeitet werden. Im Anschluss an eine Phase, in der sich die Lernenden die Lösung der Aufgabe aneignen, vergleichen zwei Lernende, die sich mit dem gleichen Inhalt beschäftigt haben, ihre Ergebnisse und können gegebenenfalls vorhandene Lücken schließen. In der Vermittlungsphase werden die Paare so gemischt, dass je eine Person, welche das Material **7A**, und eine Person, welche **7B** bearbeitet hat, in den Austausch treten. Alternativ kann eines der Materialien zur **Binnendifferenzierung** eingesetzt werden.

**Zu M 8:**

Das Arbeitsblatt dient zur **Selbsteinschätzung** der in der Unterrichtseinheit erworbenen Fähigkeiten. Jeder Kompetenz wurden die jeweils passenden Aufgaben zugeordnet. Die Schüler sollen anknüpfend an ihre Selbsteinschätzung die Aufgaben eigenständig auswählen und so Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess übernehmen. Es bietet sich alternativ an, die Aufgaben in Partnerarbeit zu lösen. Dann können die beiden Aufgaben jedes Themas auf die Partner aufgeteilt werden.





**Minimalplan**

Die Arbeitsblätter können weitgehend unabhängig – je nach Schwerpunktsetzung im eigenen Unterricht – eingesetzt werden. Die Arbeitsblätter **M 4**, **M 5** und **M 6** bauen jedoch aufeinander auf. Falls Sie nicht das komplette Material im Unterricht eingesetzt haben, muss dies beim Einsatz der Übungsaufgaben (**M 8**) berücksichtigt werden. Hier wurden die Themen berücksichtigt, die sich auch in den Abiturprüfungen wiederfinden: Baumdiagramme und bedingte Wahrscheinlichkeiten, Testen von Hypothesen, Konfidenzintervalle.

**Benötigt:**

- Folienkopie bzw. digitale Fassung von **M 1**

**Erklärung der Differenzierungssymbole**

	Aufgaben, in denen generell Differenzierung möglich ist (Lehrersymbol)		Die mittleren Aufgabenvarianten
	Die anspruchsvollsten Aufgabenvarianten		Die leichtesten Aufgabenvarianten

## Auf einen Blick

---

### 1. Stunde: Diagramme kritisch prüfen

**Inhalt:** Gängige Strategien (Abschneiden der y-Achse, Wahl des Zeitraums und der Daten) zum interessengeleiteten Einsatz von Statistiken werden entlarvt und erprobt. Einsatz einer Tabellenkalkulation, Internetrecherche.

**M 1** **Manipulative Statistiken entlarven**

**Kompetenzen:** Die Schüler erkennen den Einsatz manipulativer Strategien bei Diagrammen und formulieren eine Checkliste zur Analyse von Statistiken.

---

### 2./3. Stunde: Daten, Baumdiagramme und die Pfadmultiplikationsregel

**Inhalt:** Daten mithilfe von Baumdiagrammen strukturieren. Echte Daten zum Thema „Wahlen“ werden durch den Einsatz von Baumdiagrammen und den zugehörigen umgekehrten Baumdiagrammen strukturiert.

**M 2** **Daten mithilfe von Baumdiagrammen strukturieren**

**Kompetenzen:** Die Schüler strukturieren Daten mithilfe von Baumdiagrammen. Sie nutzen umgekehrte Baumdiagramme zur Ermittlung der bedingten Wahrscheinlichkeiten.

---

### 4./5. Stunde: Anwendung von Hypothesentests

**Inhalt:** Die Schüler untersuchen, ob bestimmte Parteien von Meinungsforschungsinstituten bei den letzten Landtagswahlen systematisch über- oder unterschätzt wurden. Anknüpfend an die Ergebnisse wird hinterfragt, welche Schlüsse man anhand von signifikanten Ergebnissen ziehen kann.

**M 3** **Wie tendenziös sind Wahlumfragen?**

**Kompetenzen:** Die Schüler führen einen geeigneten Hypothesentest durch und reflektieren die Aussagekraft des innermathematischen Ergebnisses.

---

### 6./7. Stunde: Prognosen erstellen: Mit einer Tabellenkalkulation (z. B. Excel) statistische Auswertungen vornehmen

**Inhalt:** Anhand einer Simulation der „Sonntagsfrage“ mithilfe von Excel erkennen die Schüler das Auftreten von Zufallsschwankungen bei Umfragen und schärfen diesbezüglich ihre Intuition.

**M 4** **Wie genau können wir ein Wahlergebnis vorhersagen, wenn wir 1000 Wahlberechtigte vorab befragen?**

**Kompetenzen:** Die Schüler nutzen eine Modellierung, um zu untersuchen, ob Umfragen geeignet sind, um Wahlergebnisse zu prognostizieren. Sie erkennen die statistischen Schwankungen einer repräsentativen Stichprobe, wenn 1000 Personen befragt werden.

## 8./9. Stunde: Mit Konfidenzintervallen Umfrageergebnisse prüfen

**Inhalt:** Von der Stichprobe zur Grundgesamtheit: Anhand der letzten Wahlumfragen in Großbritannien vor dem Brexit werden Konfidenzintervalle eingeführt. Die Schüler erkennen, dass von rund 1500 möglichen Wählern nicht exakt auf eine Wählerschar von 33 Millionen Personen geschlossen werden kann, sondern dass eine Fehlertoleranz angegeben werden muss.

**M 5** **Warum kam der Brexit so überraschend?**

**Kompetenzen:** Die Schüler analysieren die Zufallsschwankungen bei Umfragen und nutzen Konfidenzintervalle, um diese einschätzen zu können.

## 10./11. Stunde: Das Konfidenzintervall verstehen



**Inhalt:** Aus Erfahrung wissen die Schüler, dass die Prognosen um 18 Uhr bereits sehr gute Ergebnisse liefern. Warum sind diese Daten so viel besser als die der Sonntagsfragen im Vorfeld von Wahlen? In einer arbeitsteiligen Gruppenarbeit wird untersucht, welchen Einfluss die Stichprobengröße auf die Größe des Konfidenzintervalls hat.

**M 6:** **Warum ist das Ergebnis am Wahlabend so gut? – Das Konfidenzintervall**

**Kompetenzen:** Die Schüler wenden Konfidenzintervalle an, um zu untersuchen, wie sich die Zufallsschwankungen ändern, wenn die Anzahl der Befragten variiert wird. Durch die Analyse aller Ergebnisse finden die Schüler ein Muster: das „Eins durch Wurzel aus  $n$ “-Gesetz.

## 12. Stunde: Paradoxien bei Wahlverfahren – Szenarien durchspielen

**Inhalt:** In Partnerarbeit erarbeiten die Schüler zwei verschiedene Paradoxien, die bei Wahlverfahren auftreten. Hier werden Verbindungen zum Politikunterricht (Mehrheits- und Verhältniswahlrecht) hergestellt.



**M 7A** **Paradoxien – Hillary Clinton erhält 2.868.686 Stimmen mehr als Donald Trump, aber verliert die Wahl**



**M 7B** **Paradoxien bei Wahlverfahren – „Simpson’s Party“ verbessert ihr Ergebnis in allen Wahlkreisen**

**Kompetenzen:** Die Schüler analysieren das Mehrheits- und Verhältniswahlrecht mathematisch und lösen die zugehörigen Paradoxien auf.

## 13./14. Stunde: Lernerfolgskontrolle: Was kann ich schon? – Intelligentes Üben

**Inhalt:** Selbsteinschätzungsbogen und passendes Übungsmaterial zur Reflexion des Lernprozesses, Selbstkontrolle anhand der Lösungen.

**M 8** **Was kann ich schon? – Intelligentes Üben**

**Kompetenzen:** Die Schüler reflektieren ihren Leistungsstand anhand eines Selbsteinschätzungsbogens. Sie wählen gemäß ihres Könnens eigenverantwortlich passendes Aufgabenmaterial aus.



# SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

## Auszug aus: *Wahlen im Statistikunterricht*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

