



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9-10

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Vorwort	4
Klasse 9	5
Gleichungssysteme · Lösungsverfahren	5
Gleichsetzungsverfahren	5
Einsetzungsverfahren	7
Additionsverfahren	9
Strahlensätze	11
1. Strahlensatz	11
2. Strahlensatz	13
Wurzelgleichungen	15
Wurzelgleichungen	15
Satzgruppe des Pythagoras	17
Satz des Pythagoras	17
Höhensatz (des Euklid)	19
Berechnungen zum Kreis	21
Kreis	21
Kreisring	23
Flächeninhalt Kreisausschnitt	25
Quadratische Funktionen	27
Normalparabel $y = x^2$	27
Verschobene Normalparabel $y = (x - d)^2$	29
Verschobene Normalparabel $y = (x - d)^2 + e$	31
Quadratische Gleichungen	33
Quadratische Gleichungen $x^2 + px = 0$	33
Quadratische Gleichungen $x^2 + px + q = 0$	35
Klasse 10	37
Zentrische Streckung	37
Zentrische Streckung	37
Potenzen anwenden	39
Potenzieren von Produkten	39
Potenzieren von Quotienten	41
Potenzieren von Potenzen	43
Oberflächeninhalt und Volumen geometrischer Körper	45
Zylinder	45
Pyramide	47
Kegel	49
Kugel	51
Trigonometrie	53
Sinus	53
Kosinus	55
Tangens	57
Sinussatz	59
Kosinussatz	61
Textaufgaben	63
Exponentialfunktionen	65
Exponentialfunktion	65
Lösungen	67

Im Mathematikunterricht wird häufig ein Lösungsbeispiel erarbeitet oder besprochen und dann folgen Übungsaufgaben mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden. In einer ganzen Reihe von Publikationen (z. B. *mathematik lehren* Nr. 109/2001) wird darauf hingewiesen, dass Schüler¹ Aufgaben in einem neuen Gebiet erfolgreicher bearbeiten, wenn sie die Gelegenheit bekommen, sich zunächst mit **mehreren Lösungsbeispielen** auseinanderzusetzen. Bei diesem Vorgehen sind die Lernenden zunächst von komplexen Problemlöseaktivitäten entlastet und haben damit kognitive Ressourcen zur Verfügung, um die neuen Vorgehensweisen besser zu verstehen. Für den Lernerfolg mit Lösungsbeispielen ist es wichtig, dass die Lernenden zusätzlich zu den Beispielen noch die Gelegenheit bekommen, sogenannte „**Selbsterklärungen**“ zu erstellen. Beim Anfertigen dieser „Selbsterklärungen“ wird ein tieferes Verständnis für die Aufgaben aufgebaut.

Aus diesem Grund werden in dieser Unterrichtshilfe **zu jedem Thema zwei Arbeitsblätter** angeboten:

Auf dem ersten Arbeitsblatt mit dem Titel „So wird's gemacht!“, finden die Schüler die Lösungsbeispiele, wobei nur das erste Beispiel („1. So gehst du vor“) komplett ausgearbeitet ist. Die nächsten beiden Aufgaben („2. Mach es nach“, „3. Jetzt wird es schwieriger“) sind Teillösungen, die die Lernenden nach dem Muster des ersten Beispiels zu einer Lösung ergänzen müssen. Dabei erhöht sich sukzessive die Komplexität bis zur letzten Aufgabe („4. Jetzt kannst du es“).

Das zweite Arbeitsblatt mit dem Titel „Geh der Sache auf den Grund!“ leitet die Lernenden mit abwechslungsreichen Aufgabenstellungen dazu an, sich nochmals mit den einzelnen Schritten in den Beispielen auseinanderzusetzen und diese zu reflektieren. Dabei entstehen Selbsterklärungen, die zu einem tieferen Verständnis für die Vorgehensweise in den Beispielen führen sollen.

Die Lösungen finden sich am Ende des Heftes.

Viel Erfolg mit den Materialien wünscht Ihnen

Dr. Hardy Seifert

¹ Aufgrund der besseren Lesbarkeit ist in diesem Buch mit Schüler auch immer Schülerin gemeint, ebenso verhält es sich mit Lehrer und Lehrerin etc.



1. So gehst du vor:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$y = 2x + 3 \quad | \text{Gleichung I}$$

$$y = 3x - 7 \quad | \text{Gleichung II}$$

Gleichung I und II gleichsetzen.

$$3x - 7 = 2x + 3 \quad | -2x$$

$$x - 7 = 3 \quad | +7$$

$$x = 10 \quad | x = 10 \text{ in Gleichung I einsetzen}$$

$$y = 2 \cdot 10 + 3 = 23 \quad | L = \{(10 | 23)\}$$



2. Mach es nach:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$y = x + 5 \quad | \text{Gleichung I}$$

$$y = 2,5x - 10 \quad | \text{Gleichung II}$$

Gleichung I und II gleichsetzen.

$$2,5x - 10 = x + 5 \quad | -x$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad | +10$$

$$1,5x = 15 \quad | :1,5$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | x = 10 \text{ in eine Gleichung (I oder II) einsetzen}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} \quad | L = \{(10 | 15)\}$$



3. Jetzt wird es schwieriger:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$2y = 2x - 4 \quad | \text{Gleichung I}$$

$$2y = 4x - 20 \quad | \text{Gleichung II}$$

Gleichung I und II gleichsetzen.

$$4x - 20 = 2x - 4 \quad | -2x$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad | \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad | \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} \quad | L = \underline{\hspace{2cm}}$$



4. Jetzt kannst du es: (Arbeite im Heft.)

Bestimme die Lösungsmenge.

$$4y = -7x - 1 \quad |$$

$$4y = -8x \quad |$$



Gleichsetzungsverfahren

Geh der Sache auf den Grund!

Aufgabe

Ein Gleichungssystem aus zwei Gleichungen wurde mit dem Gleichsetzungsverfahren gelöst. Beschreibe ausführlich die einzelnen Schritte.

Nutze dafür die folgenden Formulierungen:

Die Lösungsmenge wird angegeben.

$x = 10$ kann man nun in eine der Ausgangsgleichungen einsetzen, um y zu berechnen.

Auf beiden Seiten werden $2x$ abgezogen.

Die rechte Seite von Gleichung I wurde mit der rechten Seite von Gleichung II gleichgesetzt.

Die neue Gleichung enthält nur noch x als eine Unbekannte.

Durch weiteres Umformen erhält man den x -Wert.

Auf beiden Seiten werden 7 addiert.

Der x -Wert ($x = 10$) wurde in Gleichung I eingesetzt.

Der y -Wert ist 23 .

Schritt 1			
I	$y = 2x + 3$		Beide Gleichungen sind in Normalform.
II	$y = 3x - 7$		
Gleichung I und II gleichsetzen.			
I = II	$2x + 3 = 3x - 7$		
I = II	$2x + 3 = 3x - 7$	$-2x$	
I = II	$3 = x - 7$	$+7$	
I = II	$x = 10$		
Schritt 2			
I	$y = 2 \cdot 10 + 3$		
I	$y = 23$		
Schritt 3			
	$L = \{(10 23)\}$		



1. So gehst du vor:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$x = 6 - 2y \quad | \text{ Gleichung I}$$

$$-3y = 2 + 7x \quad | \text{ Gleichung II}$$

Gleichung I in II eingesetzt:

$$-3y = 2 + 7 \cdot (6 - 2y) \quad | \text{ Klammer auflösen}$$

$$-3y = 2 + 42 - 14y \quad | +14y \text{ und zusammenfassen}$$

$$11y = 44 \quad | :11$$

$$y = 4 \quad | y = 4 \text{ in Gleichung I einsetzen}$$

$$x = 6 - 2 \cdot 4 = -2 \quad | L = \{(-2 | 4)\}$$



2. Mach es nach:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$y = -3x + 2 \quad | \text{ Gleichung I}$$

$$6x + y = -4 \quad | \text{ Gleichung II}$$

Gleichung I in II eingesetzt:

$$6x + (-3x + 2) = -4 \quad | \text{ Klammer auflösen}$$

$$3x + 2 = \underline{\hspace{2cm}} \quad | -2 \text{ und zusammenfassen}$$

$$3x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | :3$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | x = -2 \text{ in Gleichung I einsetzen}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} \quad | L = \{(\quad | \quad)\}$$



3. Jetzt wird es schwieriger:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$3x = 6y - 6 \quad | \text{ Gleichung I}$$

$$y + 11 = 2x \quad | \text{ Gleichung II}$$

$$3x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | \text{ Gleichung I geteilt durch 3}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | \text{ Die Gleichung in Gleichung II einsetzen}$$

$$y + 11 = \underline{\hspace{2cm}} \quad | \text{ Klammer auflösen, die Gleichung lösen und}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}} \quad | y = 5 \text{ in Gleichung I einsetzen}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}} \quad | L = \{(\quad | \quad)\}$$



4. Jetzt kannst du es: (Arbeite im Heft.)

Bestimme die Lösungsmenge.

$$3x = 1 + 2y \quad |$$

$$2y = 2 - 6x \quad |$$



Einsetzungsverfahren

Geh der Sache auf den Grund!

Aufgabe

Ein Gleichungssystem aus zwei Gleichungen wurde mit dem Einsetzungsverfahren gelöst. Beschreibe ausführlich die einzelnen Schritte. Die folgenden Formulierungen helfen dir:

Die Lösungsmenge wird angegeben.
 Auf beiden Seiten werden $14y$ addiert.
 Der y -Wert ($y = 4$) wurde in Gleichung II eingesetzt.
 Auf beiden Seiten wird durch 11 geteilt.
 Durch weiteres Umformen erhält man den x -Wert.
 Die neue Gleichung enthält nur noch y als Variable.
 Durch weiteres Umformen erhält man den y -Wert.
 Zunächst wird die Klammer aufgelöst.
 $y = 4$ kann man nun in eine der Ausgangsgleichungen einsetzen, um x zu berechnen.
 Gleichartige Terme werden zusammengefasst.
 Der Term $(6 - 2y)$ wird anstelle von x in Gleichung II eingesetzt.

Schritt 1		
I	$x = 6 - 2y$	Die Gleichungen sind zwar nicht in Normalform, aber bei Gleichung I steht die Variable x auf einer Seite.
II	$-3y = 2 + 7x$	
Gleichung I in II einsetzen.		
I in II	$-3y = 2 + 7 \cdot (6 - 2y)$	_____
I in II	$-3y = 2 + 42 - 14y$	_____
I in II	$-3y = 44 - 14y$	_____
I in II	$11y = 44$	_____
I in II	$y = 4$	_____

Schritt 2		
II	$-3 \cdot 4 = 2 + 7x$	_____
II	$x = -2$	_____

Schritt 3		
	$L = \{(-2 4)\}$	_____



1. So gehst du vor:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$\begin{array}{r} x + y = 8 \\ -x + 2y = 7 \\ \hline \end{array}$$

$$3y = 15$$

$$y = 5$$

$$x + 5 = 8$$

$$x = 3$$

Gleichung I und Gleichung II addieren

:3

y = 5 in Gleichung I einsetzen

-5

$$L = \{(3|5)\}$$



2. Mach es nach:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 5 \\ -15x - 6y = -27 \\ \hline \end{array}$$

$$-11x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$4 \cdot 2 + 6y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

Gleichung I und Gleichung II addieren

:(-11)

x = 2 in Gleichung I einsetzen

-8

:6

$$L = \{(2|-0,5)\}$$



3. Jetzt wird es schwieriger:

Bestimme die Lösungsmenge.

$$\begin{array}{r} 21x - 35y = 147 \\ -21x - 6y = -24 \\ \hline \end{array}$$

$$-41y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$y = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$21x - 35 \cdot (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$21x = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$x = \underline{\hspace{2cm}}$$

Gleichung I und Gleichung II addieren

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$\underline{\hspace{2cm}}$

$$L = \{(\quad | \quad)\}$$



4. Jetzt kannst du es: (Arbeite im Heft.)

$$5x - 4y = 23$$

$$-5x + 8y = 9$$



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathematik ganz einfach mit Lösungsbeispielen 9-10

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

