



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Realität fassen mit Bestimmungsgleichungen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Vorüberlegungen

Ziele und Inhalte:

- Die Schüler festigen und vertiefen ihre Fertigkeit, mithilfe von Gleichungen realitätsnahe Textaufgaben sicher und erfolgreich zu bearbeiten.
- Sie erkennen an Beispielen, dass bei realitätsnahen Aufgaben die Grundmenge nicht vernachlässigt werden darf.
- Die Schüler erfahren, dass der Einsatz von Gleichungen eine Technik ist, mit deren Hilfe Probleme selbst dann zuverlässig gelöst werden können, wenn ein auf das vorgegebene besondere Problem passender guter Einfall fehlt.

Zentrales Anliegen:

Es werden realitätsnahe Aufgaben angeboten. Zur Anwendung kommt dabei die Lehre von linearen Gleichungen, linearen Gleichungssystemen, Bruchgleichungen und quadratischen Gleichungen. Dabei werden Lösungsmengen von Aussageformen bezüglich einer Grundmenge ermittelt. Bei realitätsnahen Aufgaben ist die Grundmenge im Allgemeinen eine echte Teilmenge der Definitionsmenge der Gleichung. Deshalb ist hier die Betrachtung der Grundmengen ein unverzichtbarer Bestandteil des Verfahrens.

Angewandte realitätsnahe Aufgaben sind im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I unverzichtbar:

„Wenn ein Schüler eine angewandte Aufgabe durch das Aufstellen von Gleichungen löst, übersetzt er eine reale Situation in die mathematische Sprache; dies erschließt ihm die Erfahrung, dass mathematische Begriffe zu wirklichen Dingen in Beziehung gesetzt werden können.“

(Georg Polya in: Vom Lösen mathematischer Aufgaben)

Eine Mathematikaufgabe kann für einen Schüler neuartig sein – sei es, dass er Aufgaben dieser Art noch nicht kennt oder dass er sie vergessen hat. Dann handelt es sich für den Bearbeiter bei der Aufgabe um ein Problem, zu dessen Bewältigung er eine „gute Idee“ braucht. Dafür sind Kreativität und flexibles Denken erforderlich. Selbst bei im Allgemeinen durchaus geschickten Problemlösern ist es aber keinesfalls sicher, dass ihnen der entscheidende Einfall auch rechtzeitig kommt. Sicher und wiederholbar werden Aufgaben aber dann erfolgreich bearbeitet, wenn man über ein geeignetes Verfahren, eine intellektuelle Technik verfügt. Zu solchen mathematischen Verfahren gehören die schriftlichen Rechenverfahren und der **Einsatz von Bestimmungsgleichungen**. Diese Technik schematischen Problemlösens **reduziert die Komplexität** der erforderlichen Argumentation beträchtlich. Das Verfahren entlastet und verstärkt das Denken, sodass viele vorher nahezu unlösbare Aufgaben erfolgreich bearbeitet werden können. Vor allem gibt diese Technik die Sicherheit, dass eine Lösung innerhalb einer angemessenen Zeit gelingen wird.

Da die Anwendung einer Technik nur eine vergleichsweise geringe Flexibilität des Denkens fordert, wird diese auch wenig gefördert. Um der Gefahr allzu starren Denkens zu begegnen, sollten daher beim Einsatz von Gleichungen immer wieder **mehrere Ansätze** gesucht werden. Es ist von großem Nutzen, eine Aufgabe nach mehreren verschiedenartigen Methoden zu bearbeiten und diese vergleichend zu bewerten. Erfahrungsgemäß halten verschiedene Schüler jeweils andere Ansätze für einleuchtend, naheliegend, gut geeignet o.Ä. Manche Ansätze werden auch nicht von allen verstanden. Das kann lebendige und für den Lernprozess nützliche **Diskussionen zwischen den Schülern** provozieren.

Vorüberlegungen

Einordnung:

Die vorliegenden Arbeitsblätter sind nicht für eine allererste Einführung in die Arbeit mit Bestimmungsgleichungen gedacht. Ist ein Gleichungstyp behandelt worden, können sich jeweils dazu passende realitätsnahe Anwendungen anschließen, bei denen der zugrunde liegende Sachverhalt den Schülern vertraut ist oder vertraut werden sollte. Dabei erleben sie, dass die Gleichungslehre anwendbar ist.

Da die Lösungen ausführlich dargestellt werden, können den Schülern die Arbeitsblätter samt Lösungsblättern zur **selbstständigen Erarbeitung** überlassen werden. Die Aufgaben sind unterschiedlich anspruchsvoll und fördern damit einen **differenzierenden** Unterricht. Denn Fähigkeiten entwickeln sich vor allem bei der Abarbeitung von jeweils individuell angemessenen Widerständen. Bei einzelnen Aufgaben können selbst besonders befähigte Schüler gefordert sein. Gegebenenfalls können diese ihre Lösungen in der Klasse vortragen.

Die einzelnen Arbeitsblätter im Überblick:

Arbeitsblatt 1: Schlussrechnungen müssen nicht als Zweisatz- oder Dreisatzaufgaben bearbeitet werden, sie können auch mit dieser Technik erfolgreich durchgeführt werden. Dabei wird das Denken entlastet, sodass auch anspruchsvollere Aufgaben sicher gelöst werden können. (**Arbeitsblätter** siehe **M1 und M2**; **Lösungen** siehe **M3 und M4**)

Arbeitsblatt 2: Das Prozentrechnen sollte immer wieder in Erinnerung gebracht werden. Hier können lineare Gleichungen oder Gleichungssysteme herangezogen werden. (**Arbeitsblatt** siehe **M5**; **Lösungen** siehe **M6**)

Arbeitsblatt 3: Hier werden lineare Gleichungen oder lineare Gleichungssysteme benutzt. (**Arbeitsblatt** siehe **M7**; **Lösungen** siehe **M8**)

Arbeitsblatt 4: Es werden Beispiele für Mischungsrechnungen angegeben. Dabei wird mit linearen Gleichungen oder Gleichungssystemen gearbeitet. (**Arbeitsblatt** siehe **M9**; **Lösungen** siehe **M10**)

Arbeitsblatt 5: Es werden Kosten verglichen. Hier werden Bruchgleichungen benötigt. (**Arbeitsblätter** siehe **M11 und M12**; **Lösungen** siehe **M13 bis M15**)

Arbeitsblatt 6: Seit mehr als 2000 Jahren finden wir in Rechenbüchern Zisternenaufgaben. Es kommen Bruchgleichungen zur Anwendung. (**Arbeitsblatt** siehe **M16**; **Lösungen** siehe **M17**)

Arbeitsblatt 7: Dieses Blatt möchte dazu anregen, sich Grundwissen zur Einkommensteuer anzueignen. Es werden Bruchgleichungen und quadratische Gleichungen benötigt. (**Arbeitsblatt** siehe **M18**; **Lösung** siehe **M19**)

Arbeitsblatt 8: Es werden Übungsaufgaben angeboten, bei denen lineare Gleichungen, lineare Gleichungssysteme, Bruchgleichungen oder quadratische Gleichungen Anwendung finden können. (**Arbeitsblätter** siehe **M20 und M21**; **Lösungen** siehe **M22 bis M25**)

Realität fassen mit Bestimmungsgleichungen**1.11****Arbeitsblatt 1 (1)****M1****Schlussrechnungen****Die fundamentale Idee:**

Gibt es in der vorliegenden Situation eine Größe, die sich nicht ändert oder von der wir annehmen können, dass sie sich nicht ändert? Dabei kommen hier im Besonderen das Produkt oder der Quotient zweier vorgegebener Größen infrage.

Auftrag:

Im Folgenden werden Lösungsansätze angegeben. Ergänze diese!

Aufgabe 1:

Gestern kaufte Frau Haug 3 Brezeln für 1,35 €. Heute kauft sie 5 Brezeln. Wie viel bezahlt sie?

Lösung:

Ansatz: Wir nehmen an, 5 Brezeln würden x Ct kosten.

Die Idee: Der Preis für eine Brezel ändert sich nicht.

Gestern: 3 Brezeln kosteten 135 Ct. Eine Brezel kostet _____

Aufgabe 2:

Der Landwirt Mokler hat 24 Kühe. Sein Futtermittel reicht für 120 Tage. Er kann günstig weitere 12 Kühe kaufen. Wie lange wird dann sein Futtermittel reichen?

Lösung:

Ansatz: Annahme: Für 36 Kühe reicht der Futtermittel x Tage.

Die Idee: Der Futtermittel gemessen in Tagesrationen ändert sich nicht.

Vor dem Kauf: Für 24 Kühe reicht das Futter 120 Tage. Der Vorrat umfasst $24 \cdot 120$ Tagesrationen.

Nach dem Kauf: _____

Aufgabe 3:

Die Erdbeeren sind reif. Gestern pflückten 5 Kinder Erdbeeren. In 48 Minuten füllten sie 6 Eimer. Heute sind sie nur zu viert und sollen sogar 7 Eimer füllen. Wie lange werden sie brauchen? Ergänze die folgenden Texte.

Lösung:

Ansatz: Annahme: Die Kinder arbeiten heute gemeinsam x min.

Die Idee: Die Zeit, die ein Kind benötigt, um allein einen Eimer zu füllen, ändert sich nicht.

	gestern	heute
Anzahl der Kinder	5 Kinder	4 Kinder
Anzahl der gefüllten Eimer	6 Eimer	7 Eimer
Zeit in Minuten	48 min	x min

Um einen Eimer zu füllen, hätte gestern ein Kind allein $\frac{5 \cdot 48}{6}$ min arbeiten müssen.

1.11**Realität fassen mit Bestimmungsgleichungen****M2****Arbeitsblatt 1 (2)****Schlussrechnungen****Aufgabe 4:**

Wenn 6 Maurer täglich 7 Stunden arbeiten, ist der Rohbau eines Hauses nach 80 Tagen fertig. Nach 8 Tagen erkrankten 2 Maurer. Damit sich die Fertigstellung des Baus nicht zu sehr verzögert, wird die tägliche Arbeitszeit für die gesunden 4 Maurer auf 9 Stunden erhöht. Um wie viele Tage wird der Rohbau vermutlich später fertig sein?

Aufgabe 5:

Die Klasse 7b buchte für einen Ausflug einen günstigen Bus. Es sollte nur die gefahrene Strecke bezahlt werden. Wären die 31 Kinder der Klasse 7b mit ihrer Lehrerin 128 km weit gefahren, hätte jede der 32 Personen 5,52 € bezahlen müssen. Nun wurden aber auch noch 14 Kinder der Klasse 7a mitgenommen und es wurden 147 km gefahren. Wie viel musste eine Person bezahlen?

Aufgabe 6:

Ein 5,95 a großes Grundstück kostet 16 660 €. Welchen Preis kann man für ein 30 m langes und 18 m breites rechteckiges Grundstück in der gleichen Lage erwarten? Wie geht „in gleicher Lage“ in die Rechnung ein?

Aufgabe 7:

In Opas Garten sind die Kirschen reif.

- Oskar steht auf der 7. Sprosse der Leiter 1,47 m über dem Erdboden. Er steigt auf die 12. Sprosse. Wie hoch steht Oskar nun?
- Am Montag hat Oskar 6,5 kg Kirschen gepflückt. Dafür hat der Opa 5,20 € Lohn bezahlt. Am Dienstag pflückt Oskar sogar 8,2 kg. Welchen Lohn kann er erwarten?
- Am Montag hat Opa 35 kg Kirschen in 2 h 20 min gepflückt. Am Dienstag arbeitet Tante Berta mit. Sie pflückt in einer Stunde 40 % mehr Kirschen als Opa. Beide pflücken zusammen 48 kg Kirschen. Wie lange haben sie gearbeitet?
- Keine Freude hat Opa an den Staren. Er sagt: „5 dieser Vögel picken innerhalb von 2 Minuten 160 Kirschen an.“ Wie viele Kirschen werden seiner Meinung nach von 15 Staren innerhalb von 3 Minuten angepickt?
- Opa erzählt, er habe als siebenjähriger Junge vor 57 Jahren mit seinem Opa eine Vogelscheuche gebaut. Opa schmunzelt: „Ich bin achtmal so alt wie du, dies war mein Opa damals auch.“ Wie alt ist der Opa heute, wie alt war sein Opa damals?

Aufgabe 8:

Herr Möller berichtet: „Im letzten Jahr war ich zweimal in den USA. Vorher ging ich zur Bank und kaufte Dollar. Im Mai bezahlte ich 702 € für 900 \$, im Oktober 972 € für 1200 \$. Ich muss mich korrigieren. Einmal kaufte ich am gleichen Tag weitere 500 \$ und bezahlte 405 €.“

War dies im Mai oder im Oktober?

Aufgabe 9:

In der letzten Woche bezahlte Frau Weber 42,70 € für 35 Liter Benzin. In dieser Woche tankt Frau Weber 38 Liter, obwohl der Preis für einen Liter Benzin um 4 Cent gestiegen ist.

Wie viel muss sie bezahlen?

Realität fassen mit Bestimmungsgleichungen**1.11****Lösungen 5 (3)****M15****Beim Einkaufen****Lösung 8:**

a) Tatsächlicher Einkauf: Pflanzen für je x €; Anzahl: $\frac{90}{x}$ Pflanzen

Geplanter Einkauf: Pflanzen für $(x - 1)$ €; Anzahl: $\frac{96}{x - 1}$ Pflanzen

$$\frac{90}{x} - \frac{96}{x - 1} = -2 \text{ bezüglich } G = \{x \mid x > 0 \text{ und } x \neq 1\}; (x - 9)(x + 5) = 0; L = \{9\}.$$

Frau Sommer kaufte 10 Pflanzen für je 9 €.

b) Herr Grimm wollte x Pflanzen kaufen. Es werden die Preise für eine Pflanze verglichen.

$$\frac{30}{x} - 1 = \frac{10}{x - 5} \text{ bezüglich } G = \{6; 7; 8; \dots\}; (x - 15)(x - 10) = 0$$

Herr Grimm wollte entweder 15 Pflanzen oder 10 Pflanzen kaufen.

Lösung 9:

Angenommen, die Aussage des Opas sei wahr:

Wenn der Opa erwartet, dass eine Pflanze x DM kostet, dann möchte er $\frac{100}{x}$ Pflanzen kaufen.

Tatsächlich werden nur $\frac{40}{x - 2}$ Pflanzen gekauft.

$$\text{Gleichung: } \frac{100}{x} - \frac{40}{x - 2} = 10 \text{ bezüglich } G = \{x \mid x > 0 \text{ und } x \neq 2\}$$

$$x^2 - 8x + 20 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 80}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

Lösungsmenge: $L = \{ \}$

Der vom Opa geschilderte Einkauf konnte so nicht stattfinden. Der Opa irrt sich.

Angenommen, die Aussage der Oma sei wahr:

Wenn der Opa erwartet, dass eine Pflanze x DM kostet, möchte er $\frac{100}{x}$ Pflanzen kaufen.

Tatsächlich werden nur $\frac{30}{x - 2}$ Pflanzen gekauft.

$$\text{Gleichung: } \frac{100}{x} - \frac{30}{x - 2} = 10 \text{ bezüglich } G = \{x \mid x > 0 \text{ und } x \neq 2\}$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2}$$

Lösungsmenge: $L = \{4; 5\}$

Der von der Oma geschilderte Einkauf war möglich. Allerdings kann nicht festgestellt werden, ob der Opa 15 Pflanzen zu je 2 DM oder 10 Pflanzen zu je 3 DM kaufte.



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Realität fassen mit Bestimmungsgleichungen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

