

SCHOOL-SCOUT.DE

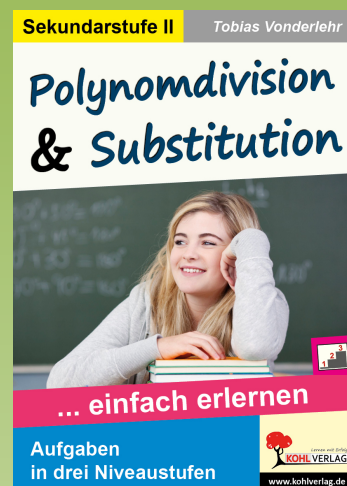
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Polynomdivision & Substitution... einfach erlernen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Inhalt

Methodisch-didaktische Hinweise	3
I. Definition der Polynome	4
II. Mathematische Operationen mit Polynomen	5
III. Übungsaufgaben zur Polynomdivision ohne Rest	9
IV. Übungsaufgaben zur Polynomdivision mit Rest	17
V. Nullstellenberechnung durch Polynomdivision	18
VI. Das mathematische Verfahren der Substitution	22
VII. Vermischte Übungsaufgaben zur Polynomdivision & Substitution	31
Lösungen	34 - 40

Methodisch-didaktische Hinweise

Liebe Kolleginnen und Kollegen,

dieses Werk „Polynomdivision und Substitution“ soll Ihnen Ihre alltägliche Arbeit im Unterrichtsfach Mathematik erleichtern sowie den Schülern* die Möglichkeit geben, die genannten mathematischen Teilbereiche durch Übungsaufgaben ausreichend zu trainieren. Geeignete Arbeitsblätter und Aufgabensammlungen zur Mathematik im Sekundarbereich II findet man selten. Das vorliegende Werk soll hier die bestehende Lücke an Materialien füllen und Ihnen bei Ihrer täglichen Arbeit hilfreich zur Seite stehen.

Die Methoden der Polynomdivision und Substitution stellen für viele Schüler eine hohe Verständnishürde dar, die oftmals nicht ohne besondere und zeitintensive Zuwendung der unterrichtenden Lehrkraft auskommt. Dabei sind die beiden Teilthemen der Mathematik in der Sekundarstufe II grundlegend für ein erfolgreiches Bestehen bei Aufgaben zur Kurvendiskussion und generell in der höheren Mathematik.

Wichtige Methoden und Begriffe werden anhand kleinschrittiger Beispiele eingeführt. Der klare strukturelle Aufbau des Lehrtextes wird in dieser Weise instruktiv unterstützt.

Die exemplarischen mathematischen Operationen können als Basis für das Unterrichtshandeln genutzt werden und dafür fungieren. Denkbar sind hier diverse Möglichkeiten:

- Die Schüler lesen das Beispiel und die dazugehörige Lösung als Muster und können nun anhand dieser Informationen weitere Übungen im gleichen Stil erarbeiten.
- Die Beispiele und die dazugehörigen Musterlösungen können als Grundlage für ein Schüler-Referat dienen, das der gesamten Lerngruppe präsentiert wird.

Die Bearbeitungsvarianten können als Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit durchgeführt werden.

Viel Freude beim Einsatz der vorliegenden Materialien in Ihrem Unterricht sowie in der Arbeit mit Ihren Schülerinnen und Schülern wünschen Ihr Kohl-Verlagsteam und

Tobias Vonderlehr

* Mit Schülern und Lehrern sind selbstverständlich auch immer Schülerinnen und Lehrerinnen gemeint. Die männliche Form dient lediglich der einfacheren Lesbarkeit.

Definitionen:

Polynome sind Summen aus Ausdrücken $a_n \cdot x^n$, wobei n eine natürliche Zahl N (hier einschließlich der 0) darstellt und a_n eine Zahl, den Koeffizienten der jeweiligen Potenz von x . Man ordnet sie üblicherweise nach absteigenden Potenzen von x .

Beispiel:

$$x^3 + 6x^2 + 3x - 10 \quad (3x \text{ ist } 3 \cdot x^1, \text{ und } 10 \text{ ist } 10 \cdot x^0, \text{ denn } x^0=1, \text{ für alle } x \neq 0)$$

Der Koeffizient a_0 (im Beispiel die -10) heißt auch absolutes Glied, der Summand mit x auch lineares Glied, der mit x^2 quadratisches Glied, der mit x^3 kubisches Glied.

Der Grad des Polynoms ist die höchste Potenz von x .

Beispiele:

das Polynom $x^3 + 6x^2 + 3x - 10$ besitzt den Polynomgrad **3**,

das Polynom $x^7 - x^3 + 3x - 1$ den Polynomgrad **7**.



Rechnerischer Umgang mit Polynomen

Man kann Polynome addieren und subtrahieren:

Dabei werden jeweils gleichnamige Summanden (das sind Summanden mit der gleichen Potenz von x) zusammengefasst.

.....

Beispiel zur Addition:

$$(x^3 + 6x^2 + 3x - 10) + (2x^3 - 6x^2 + 1) = 3x^3 + 3x - 9$$

Beispiel zur Subtraktion:

$$(x^3 + 6x^2 + 3x - 10) - (x^3 - 3x^2 + 4x - 7) = 9x^2 - x - 3$$

.....

Man kann Polynome auch miteinander multiplizieren. Das ist bereits vom Ausmultiplizieren von Klammern bekannt:

Beispiel:

$$\begin{aligned} & (x^2 + 3x - 7) (5x - 2) \\ &= 5x^3 + 15x^2 - 35x - 2x^2 - 6x + 14 \\ &= 5x^3 + 13x^2 - 41x + 14 \end{aligned}$$

.....

Es gibt auch eine Division von Polynomen (u.U. mit Rest).

Wenn zwei Polynome A_1 und A_2 gegeben sind, so gibt es immer zwei weitere Polynome B und C, sodass gilt:

$$A_1 = B \cdot A_2 + C.$$

Wenn A_1 und A_2 bekannt sind, gewinnt man B und C durch die (Polynom-)Division $A_1 : A_2$. Dann ist B der Quotient und C der Rest. Also

$$A_1 : A_2 = B \text{ Rest } C$$

Ein Blick über den Tellerrand:

Bei der Division von ganzen Zahlen, die aus der Grundschule noch bekannt sein sollte, existiert auch eine Division mit Rest.

Wenn man die Zahl x durch die Zahl y teilt, dann passt sie b mal hinein und es bleibt (möglicherweise) der Rest c .

Beispiel:

$$127 : 5 = 25 \text{ Rest } 2 \quad (x = 127, y = 5, b = 25, c = 2)$$

Das kann man auch so schreiben: $127 = 25 \cdot 5 + 2$ oder mit den Variablen: $x = b \cdot y + c$.

Der Rest ist bei der Division von natürlichen Zahlen immer kleiner als der Divisor. Analog hat der Rest R bei der Polynomdivision $A_1 : A_2$ immer einen kleineren Polynomgrad als der Divisor A_2 .

Beim schriftlichen Dividieren von ganzen Zahlen zieht man vom Dividenden nach und nach passende Vielfache des Divisors ab. Wie oft der Divisor dabei jeweils in den Dividenden hineinpasst, ergibt nach und nach das Ergebnis, den Quotienten. Bei der Polynomdivision funktioniert es im Grunde genauso, wie gleich an einem Beispiel gezeigt werden soll. Man zieht vom Dividenden passende Vielfache des Divisors ab, bis kein Rest bleibt oder der Rest einen kleineren Polynomgrad als der Divisor besitzt.

Ausführliches Beispiel

Das Polynom $x^3 + 6x^2 + 3x - 10$ soll durch das Polynom $x + 5$ geteilt werden:

$$\text{also: } (x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) =$$

Man überlegt zuerst, wie oft $(x + 5)$ in das erste Polynom hineinpasst. Das ist hier natürlich etwas unklarer als bei Zahlen. Man betrachtet dabei stets die höchste Potenz aus beiden Polynomen (also x^3 aus dem ersten und x aus dem zweiten Polynom) und fragt, wie oft x in x^3 hineinpasst. Anders gefragt: Mit was muss man x malnehmen, damit x^3 herauskommt? – Natürlich mit x^2 . Das ist das erste Glied unseres Ergebnisses:

$$(x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) = x^2$$

$$\text{weil: } x^3 = x \cdot x^2$$

Wie bei der Division von Zahlen nimmt man nun den neuen Bestandteil des Ergebnisses mal den Divisor und schreibt ihn passend unter den Dividenten („passend“ bedeutet hier, gleiche Potenzen von x untereinander zu schreiben):

$$(x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) = x^2$$

$$(x^3 + 5x^2)$$

$$\text{weil: } (x^3 + 5x^2) = (x + 5) \cdot x^2$$

Dabei wird (wie bereits erwähnt) darauf geachtet, dass gleiche Potenzen von x untereinander stehen. Nun wird subtrahiert und (im Unterschied zur Division von Zahlen) der Rest stellengerecht nach unten geholt:

$$(x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) = x^2$$

$$\begin{array}{r} \underline{-(x^3 + 5x^2)} \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \end{array}$$

$$x^2 + 3x - 10$$

$$\text{weil: } x^2 = 6x^2 - 5x^2$$

Aha! Der Rest hat nur noch den Polynomgrad 2! Durch den nächsten Schritt reduzieren wir den Grad des Restes weiter, indem wir das x^2 aus dem Rest herausziehen. Wieder die Frage: Wie oft passt das x aus dem Divisor in das x^2 (die höchste Potenz des Restes)?

Antwort: **x-mal**, denn x mal x ergibt x^2 . Der nächste Summand des Quotienten (des Ergebnisses) ist **+ x**.

$$\begin{array}{r} (x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) = x^2 + x \\ \underline{-(x^3 + 5x^2)} \\ x^2 + 3x - 10 \end{array}$$

Das x wird mit dem Divisor $(x + 5)$ multipliziert und vom Rest abgezogen:

$$\begin{array}{r} (x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) = x^2 + x \\ \underline{-(x^3 + 5x^2)} \\ x^2 + 3x - 10 \\ \underline{-(x^2 + 5x)} \quad = (x + 5) \cdot x \\ -2x - 10 \end{array}$$

Frage: Wie oft passt x in $-2x$? Antwort: -2 mal. Also sind die nächsten Schritte, -2 an das Ergebnis anzuhängen, mit $(x + 5)$ zu multiplizieren und das Produkt vom Rest abzuziehen:

$$\begin{array}{r} (x^3 + 6x^2 + 3x - 10) : (x + 5) = x^2 + x - 2 \\ \underline{-(x^3 + 5x^2)} \\ x^2 + 3x - 10 \\ \underline{-(x^2 + 5x)} \\ -2x - 10 \\ \underline{-(-2x - 10)} \\ 0 \end{array} \quad \rightarrow \text{Es geht ohne Rest auf.}$$



Polynomdivision & Substitution

... einfach erlernen

2. Digitalauflage 2020

© Kohl-Verlag, Kerpen 2017
Alle Rechte vorbehalten.

Inhalt: Tobias Vonderlehr
Grafik & Satz: Kohl-Verlag

Umschlagbild: © imagesetc & contrastwerkstatt - fotolia.com

Bestell-Nr. P12 012

ISBN: 978-3-96040-669-3

© Kohl-Verlag, Kerpen 2020. Alle Rechte vorbehalten.

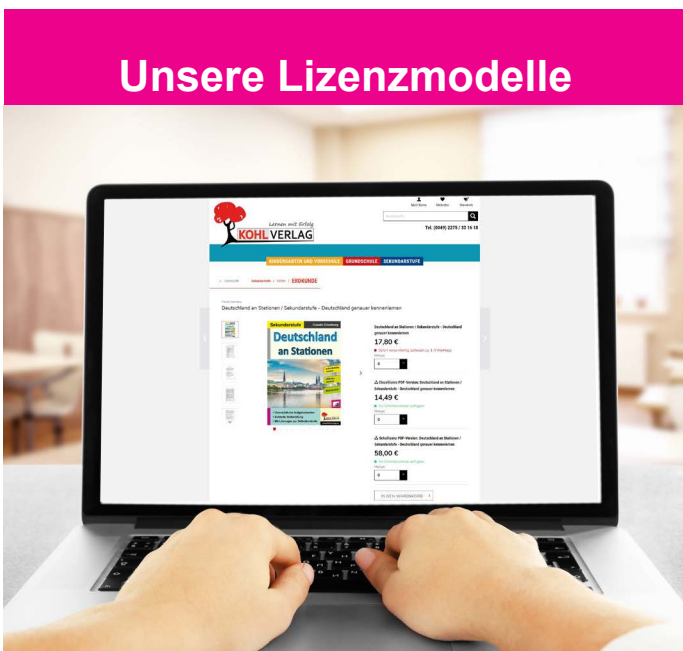
Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und unterliegen dem deutschen Urheberrecht. Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages (§ 52 a Urhg). Weder das Werk als Ganzes noch seine Teile dürfen ohne Einwilligung des Verlages an Dritte weitergeleitet, in ein Netzwerk wie Internet oder Intranet eingestellt oder öffentlich zugänglich gemacht werden. Dies gilt auch bei einer entsprechenden Nutzung in Schulen, Hochschulen, Universitäten, Seminaren und sonstigen Einrichtungen für Lehr- und Unterrichtszwecke. Der Erwerber dieses Werkes in PDF-Format ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den Gebrauch und den Einsatz zur Verwendung im eigenen Unterricht wie folgt zu nutzen:

- Die einzelnen Seiten des Werkes dürfen als Arbeitsblätter oder Folien lediglich in Klassenstärke vervielfältigt werden zur Verwendung im Einsatz des selbst gehaltenen Unterrichts.
- Einzelne Arbeitsblätter dürfen Schülern für Referate zur Verfügung gestellt und im eigenen Unterricht zu Vortragszwecken verwendet werden.
- Während des eigenen Unterrichts gemeinsam mit den Schülern mit verschiedenen Medien, z.B. am Computer, Tablet via Beamer, Whiteboard o.a. das Werk in nicht veränderter PDF-Form zu zeigen bzw. zu erarbeiten.

Jeder weitere kommerzielle Gebrauch oder die Weitergabe an Dritte, auch an andere Lehrpersonen oder pädagogische Fachkräfte mit eigenem Unterrichts- bzw. Lehrauftrag ist nicht gestattet. Jede Verwertung außerhalb des eigenen Unterrichts und der Grenzen des Urheberrechts bedarf der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages. Der Kohl-Verlag übernimmt keine Verantwortung für die Inhalte externer Links oder fremder Homepages. Jegliche Haftung für direkte oder indirekte Schäden aus Informationen dieser Quellen wird nicht übernommen.

Kohl-Verlag, Kerpen 2020

Unsere Lizenzmodelle



Der vorliegende Band ist eine PDF-Einzellizenz

Sie wollen unsere Kopiervorlagen auch digital nutzen? Kein Problem – fast das gesamte KOHL-Sortiment ist auch sofort als PDF-Download erhältlich! Wir haben verschiedene Lizenzmodelle zur Auswahl:



	Print-Version	PDF-Einzellizenz	PDF-Schullizenz	Kombipaket Print & PDF-Einzellizenz	Kombipaket Print & PDF-Schullizenz
Unbefristete Nutzung der Materialien	X	X	X	X	X
Vervielfältigung, Weitergabe und Einsatz der Materialien im eigenen Unterricht	X	X	X	X	X
Nutzung der Materialien durch alle Lehrkräfte des Kollegiums an der lizenzierten Schule			X		X
Einstellen des Materials im Intranet oder Schulserver der Institution			X		X

Die erweiterten Lizenzmodelle zu diesem Titel sind jederzeit im Online-Shop unter www.kohlverlag.de erhältlich.

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Polynomdivision & Substitution... einfach erlernen

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

