



SCHOOL-SCOUT.DE

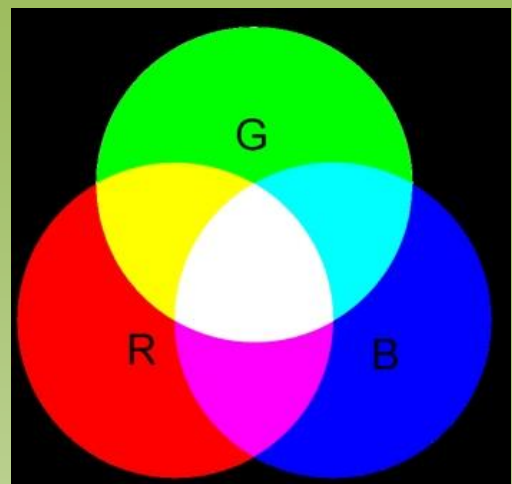
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Farben und analytische Geometrie

Das komplette Material finden Sie hier:

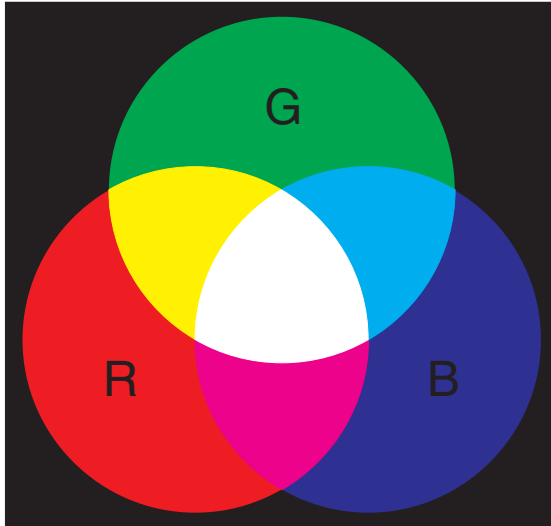
School-Scout.de



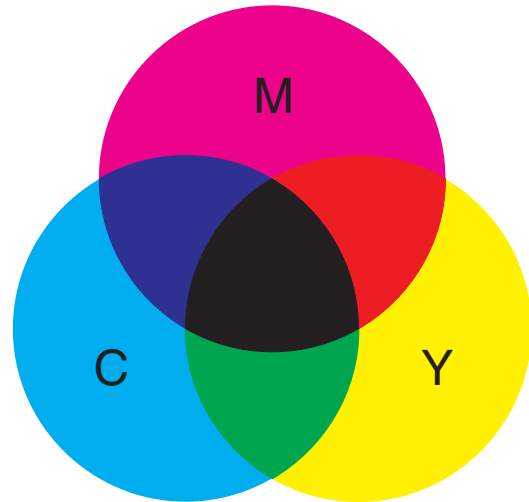
Farben und analytische Geometrie

Uwe Schürmann, Münster

RGB-Farbmodell



CMY-Farbmodell



II/B

Klasse: 11/12

Dauer: ca. 13 Stunden für das Gesamtmaterial, Materialien auch einzeln einsetzbar

Inhalt: Farbmodelle (RGB und CMY, RGBA und CMYK, YUV)
Farbvektoren und ihre Eigenschaften
geometrische Interpretation von Farben
Lösen linearer Gleichungssysteme
Bestimmen des Extremwerts einer Parabel (**M 4**)

Analytische Geometrie: Addition und Multiplikation mit einem Skalar; Skalarprodukt; Betrag; lineare Unabhängigkeit; Basis und Erzeugendensystem; Basistransformationsmatrizen und Abbildungsmatrizen; zwischen zwei Vektoren eingeschlossener Winkel

Ihr Plus:

- ✓ Motivation mathematischer Begriffe durch realistische Kontexte
- ✓ offene Aufgaben für kooperatives Lernen
- ✓ fachübergreifender Unterricht (Kunst, Informatik)
- ✓ Computereinsatz wünschenswert, jedoch nicht Voraussetzung:
In **M 1** experimentieren Ihre Schüler, in **M 2/M 3** prüfen sie ihre Ergebnisse nach.

Der Kontext **Farben** eignet sich dazu, zentrale Begriffe der analytischen Geometrie (u. a. Vektor, lineare Abhängigkeit, Betrag eines Vektors und – unter gewissen Einschränkungen – auch Basis und Erzeugendensystem) zu motivieren und anschaulich fassbar zu machen. Verbindungen bestehen zu den Fächern Informatik und Kunst. So können Ihre Schüler im Informatikunterricht Anwendungen programmieren, in denen Farbmodelle eine Rolle spielen. Im Fach Kunst spielen Farbmodelle eine ähnlich wichtige Rolle.

Didaktisch-methodische Hinweise

Einsatzmöglichkeiten: zur Einführung oder zur Wiederholung

Die Materialien dieses Beitrages können Sie auf vielfältige Weise im Themenbereich **Analytische Geometrie** einsetzen. So können Sie zentrale Begriffe der Vektorrechnung einführen. Ebenso eignen sich die Materialien aber auch dazu, bereits eingeführte Begriffe und Rechenverfahren in sinnstiftenden realen **Kontexten** zu erproben. Des Weiteren können Sie die Materialien einzeln, als Ergänzung zum normalen Unterricht, verwenden. Dabei wird jedoch Material **M 1** stets als **Einführung** eingesetzt.

Die Mathematik in diesem Beitrag auf einen Blick

Folgende Teile der analytischen Geometrie der Oberstufe werden abgedeckt:

- Addition und skalare Multiplikation von Vektoren
- Lineare Unabhängigkeit
- Betrag eines Vektors (Länge und Abstand)
- Winkel und Skalarprodukt
- Basen und Erzeugendensysteme
- Abbildungsmatrizen (inklusive inverse Matrizen)

Lediglich Lageprobleme (Punkt zu Gerade, Gerade zu Ebene etc.) und Ebenen können durch den Kontext nicht sinnvoll motiviert werden.

Denken in mathematischen Kontexten

Die Unterrichtsreihe verfolgt den Anspruch, Ihre Schüler dazu zu befähigen, mathematische Begriffe und Verfahrensweisen selbstständig in realen Situationen anwenden zu können. Ihr Schwerpunkt liegt daher weniger auf dem bloßen Einüben schematischer Rechenwege. Vielmehr verlangt sie von Ihren Schülern, eigenständig (verschiedene) Verfahren zu entwickeln und diese zu begründen.

Neben dem Entwickeln und Begründen mathematischer Verfahren bieten die Materialien auch vielfältige Anlässe, mit Mathematik im gegebenen Kontext zu experimentieren. So erstellen und mischen Ihre Schüler Farben oder wandeln ein farbiges in ein Schwarz-Weiß-Bild um. Daraus folgend eignen sich die Materialien insbesondere für solche Sozialformen des Unterrichts, bei denen Ergebnisse gemeinsam entwickelt und diskutiert werden.

Nutzen Sie die Möglichkeiten des Computers

Das Material ist angereichert mit Möglichkeiten für den **Computereinsatz** im Unterricht oder in Hausaufgaben. Dabei sind die Beispiele so gewählt, dass sie mit möglichst geringem Aufwand realisiert werden können. D. h., es werden keine speziellen Softwarekenntnisse vorausgesetzt, und Sie und Ihre Schüler können sich ganz auf die Mathematik konzentrieren. Man benötigt nur einen Texteditor und einen Browser. Grundkenntnisse in **HTML** sind für Material **M 1** wünschenswert, jedoch nicht notwendig. Bei den meisten anderen Materialien ist es denkbar, auf den Computereinsatz gänzlich zu verzichten.

Reihe 12 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 3, K 4, K 5	L 1	... beschreiben einfache Sachverhalte mit Tupeln (M 1, M 2),	I/ II
K 1, K 3, K 5	L 1, L 3	... wählen geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen aus, führen elementare Operationen mit geometrischen Vektoren aus und untersuchen Vektoren auf Kollinearität (M 3),	I/ II
K 2, K 3	L 2, L 3	... deuten das Skalarprodukt geometrisch, ... bestimmen Streckenlängen und Winkelgrößen im Raum auch mithilfe des Skalarprodukts, ... ermitteln Abstände zwischen Punkten und Geraden (M 4–M 6),	II
K 1, K 5, K 6	L 1, L 3	... führen elementare Operationen mit geometrischen Vektoren aus und beschreiben mathematische Prozesse durch Matrizen unter Nutzung der Matrizenmultiplikation (M 7–M 9),	I–III
K 2, K 3, K 4	L 3	... wenden die Vektoraddition und -multiplikation an (M 10),	II
K 3, K 4	L 1	... beschreiben einfache Sachverhalte und mathematische Prozesse durch Matrizen unter Nutzung von Matrizenmultiplikation und inversen Matrizen (M 11).	I–III

II/B

Abkürzungen*Kompetenzen*

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Auf einen Blick

Einführung von Farben als Vektoren

Material	Thema	Stunde
M 1 (2 Seiten)	Vektoren addieren und die Multiplikation mit einem Skalar Als Einführung in Vektoraddition und skalare Multiplikation geeignet, Medieneinsatz empfohlen, Aufgabe 1 ist im Ergebnis offen. Erfassen einer HTML-Datei	1.
M 2 (Fo)	Farben-Quiz RGB-Farbmodell besser verstehen, Vektoren und Farben visuell verbinden	

Lineare Unabhängigkeit interpretiert als Mischen von Farben

Material	Thema	Stunde
M 3	Farben mischen – lineare Unabhängigkeit von Vektoren Farben im Malkasten und im RGB-Farbmodell als einem Modell für lineare Unabhängigkeit mischen, geeignet als Einführung der linearen Unabhängigkeit, Medieneinsatz zur Visualisierung möglich, geeignet für kooperatives und geleitetentdeckendes Lernen Alle Farben, deren Vektoren auf der Ebene liegen, die durch die beiden zu mischenden Farbvektoren aufgespannt wird, können gemischt werden.	2.

Eigenschaften von Farben

Material	Thema	Stunde
M 4	Helligkeit und Farbigkeit – Länge, Betrag, Skalarprodukt Aufgabe 1 a) im Lösungsweg und im Ergebnis offen, Aufgabe 2 c) im Lösungsweg offen und besonders geeignet, verschiedene Themengebiete zu verknüpfen (Vektorrechnung, Satz von Pythagoras, Sinus und Kosinus), geeignet für kooperatives Lernen, Medieneinsatz zur Visualisierung möglich	3.–6.
M 5	Farben vergleichen – Abstand, Länge, Winkel Interpretation von Punkten auf einer Geraden als Farben mit demselben Farbton, Motivation der Einführung von Winkeln, Motivation der Einführung von Abstand zweier Punkte, auch als Wiederholung bisheriger Verfahren geeignet, Medieneinsatz zur Visualisierung möglich	
M 6	Schwarz-Weiß-Bilder – Länge und Skalarprodukt Aufgabe 1 im Lösungsweg offen, geeignet für kooperatives Lernen, Medieneinsatz: Praxistest der Berechnungen möglich durch Ausdrucken in Schwarz-Weiß	

Reihe 12 S 5	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Wechsel zwischen verschiedenen Farbmodellen

Material	Thema	Stunde
M 7 (Fo)	CMY- und RGB-Modell im Vergleich	7./8.
M 8	Vom Bildschirm zum Drucker – Transformationsmatrizen Als Motivation und Einführung von Basistransformationen geeignet	
M 9	Weitere Farbmodelle – Basen und Erzeugendensysteme Anschauliche Interpretation von Basen und Erzeugendensystemen, wenig rechnen – viel begründen, geeignet für kooperatives Lernen oder Rechercheaufträge	
M 10	Das RGBA-Farbmodell – Farbmodell mit Transparenz Vierdimensionales Farbmodell – anschaulich fassbar, Vektoraddition und -multiplikation	

II/B

Bilder bearbeiten mit SVG-Dateien

Material	Thema	Stunde
M 11	Eigene Bilder bearbeiten – Abbildungsmatrizen Computereinsatz empfohlen, im Lösungsweg und im Ergebnis offene Aufgaben, geeignet für kooperatives Lernen, Verkettung von Matrizen, inverse Matrix im Kontext „Farben“ interpretieren, vorherige Einführung von affinen Abbildungen hilfreich, jedoch nicht Voraussetzung	9.–11.

Lernerfolgskontrolle

Material	Thema	Stunde
M 12 (LEK)	Farben und Analytische Geometrie – LEK Aufgaben für einen Test	12./13.

Minimalplan

Die Arbeitsblätter sind, sofern das zugrunde liegende Farbmodell verstanden worden ist, unabhängig voneinander. Wird in Ihrem Kurs ein bestimmtes Thema nicht behandelt oder möchten Sie bei einem bestimmten Thema nicht auf den Kontext „Farben“ zurückgreifen, so kann das entsprechende Material problemlos ausgelassen werden.

M 1 Vektoren addieren und die Multiplikation mit einem Skalar

Das RGB-Farbmodell

Um Farben auf dem Computer darzustellen, ist es üblich, diese im sog. **RGB-Farbmodell** anzugeben. Im RGB-Farbmodell werden Farben aus den drei **Primärfarben Rot (R), Grün (G) und Blau (B)** gemischt. Anders als beim Mischen von Farben auf einem Blatt Papier werden bei diesem Modell die Farben heller, umso mehr Farbe hinzugefügt wird. Man spricht von **Lichtfarben**. Am besten kann man sich das Verfahren so vorstellen: Drei Taschenlampen, jeweils in den Farben Rot, Grün und Blau, leuchten auf eine absolut dunkle Wand. Überschneidet sich der Lichtkegel der Taschenlampen, so wird das Licht heller. Dort, wo sich alle Leuchtfarben überschneiden, erhält man die Farbe Weiß.

Im RGB-Farbmodell sind die **Koeffizienten eines Farbvektors** reelle Zahlen zwischen 0 und 1 einschließlich, wenn es sich bspw. um die Berechnung einer Computergrafik handelt, die noch nicht auf dem Bildschirm dargestellt wird, oder **natürliche Zahlen zwischen 0 und 255** einschließlich, wenn es sich bspw. um einzelne Pixel eines Bildes handelt, die auf dem Monitor zu sehen sind. Man erhält so aus 256 Rottönen, 256 Grüntönen und 256 Blautönen ($256 \cdot 256 \cdot 256 =$) 16 777 216 verschiedene Farben, die ein üblicher Monitor darstellen kann. Dabei teilt man dem Computer in der Regel mittels eines sog. Farbvektors mit, welche Farbe darzustellen ist. Hier ein paar **Beispiele für Farbvektoren**:

$\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix}$	$\vec{f}_3 = \begin{pmatrix} 255 \\ 255 \\ 255 \end{pmatrix}$	$\vec{f}_4 = \begin{pmatrix} 255 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{f}_5 = \begin{pmatrix} 0 \\ 255 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{f}_6 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 255 \end{pmatrix}$	$\vec{f}_7 = \begin{pmatrix} 255 \\ 255 \\ 0 \end{pmatrix}$
Schwarz	Grau	Weiß	Rot	Grün	Blau	Gelb

Auch **Internetseiten** verwenden zur Darstellung von Farben das RGB-Farbmodell. Am besten kann man das einmal ausprobieren, indem man selbst eine HTML-Datei erstellt.

Aufgabe 1: Farben erstellen

- a) Öffnen Sie auf Ihrem Computer einen Texteditor und geben Sie den Inhalt des unten stehenden Kastens ein. Anschließend speichern Sie die Datei zum Beispiel unter **RGB.html**. Den Namen können Sie frei wählen. Die Endung **.html** ist jedoch wichtig.

Tipp Alternativ entnehmen Sie die Vorlage **RGB.html** der beiliegenden **CD-ROM 57**.

```
<!DOCTYPE HTML PUBLIC "-//W3C//DTD HTML 4.01 Transitional//EN"
"http://www.w3.org/TR/html4/loose.dtd">
<html>
<head>
<title>Beliebiger Titel</title>
</head>
<body style="background-color: rgb(200, 100, 50)">
</body>
</html>
```



© Thinkstock / iStock

Nachdem Sie die Datei gespeichert haben, können Sie sie mit einem **Browser** (z. B. Firefox) öffnen. Sie sehen eine leere Seite, die lediglich die **Hintergrundfarbe** enthält. Die Hintergrundfarbe wird mit **rgb(200, 100, 50)** festgelegt.



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Farben und analytische Geometrie

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

