

# SCHOOL-SCOUT.DE



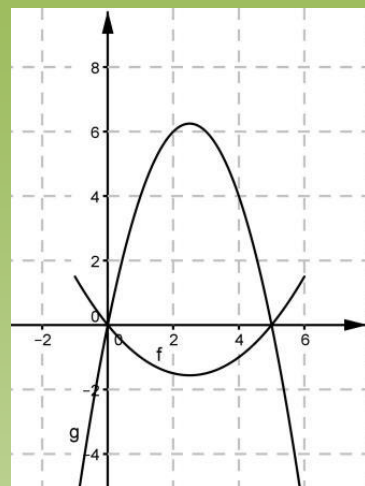
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Integralrechnung*

Das komplette Material finden Sie hier:

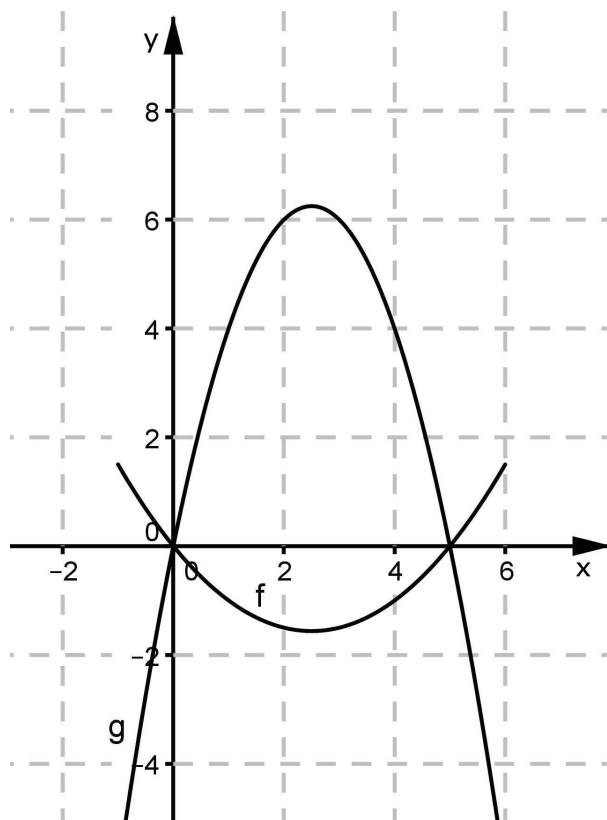
[School-Scout.de](http://School-Scout.de)



## Integralrechnung – Tandembogen und Irrgarten

Irmgard Letzner, Berlin

II/A

**Klasse:** 10–12 (G8)**Dauer:** 5 Stunden**Inhalt:** Eigenschaften des bestimmten Integrals (Summenregel, Faktorregel, Intervalladditivität, Vertauschen der Grenzen) und Flächeninhalt zwischen den Graphen zweier Funktionen**Ihr Plus:** Arbeitsentlastung durch Selbstkontrolle

Behandeln Sie das Thema „Integral“ in für die Schüler motivierender Weise. Lassen Sie Ihre Schüler die Eigenschaften des bestimmten Integrals und den Flächeninhalt zwischen zwei Kurven entdecken – und zwar in einem Gruppenpuzzle (M 1, M 5).

## Didaktisch–methodische Hinweise

### Die Eigenschaften des bestimmten Integrals

Die Lernenden entdecken die Eigenschaften des bestimmten Integrals an Beispielen (**M 1**). Die Funktionen sind bewusst einfach gewählt, damit der Zeitaufwand nicht zu groß wird. Jede Gruppe bearbeitet eine **Regel** (Gruppe A: Summenregel, Gruppe B: Faktorregel, Gruppe C: Intervalladditivität, Gruppe D: Vertauschen der Grenzen). Anschließend vermittelt ein Experte aus jeder Gruppe seine Ergebnisse den Mitgliedern der anderen Gruppen.

Wenn die Schüler „ihre“ Regel auf einem Folienstreifen notieren, kann im Anschluss an die Gruppenarbeit leicht eine Zusammenstellung der Regeln auf einem OH-Projektor erfolgen. Sie als Lehrkraft ergänzen die Regeln durch deren Namen.

Eine Kontrolle, ob die Schüler die Regeln verinnerlicht haben, erfolgt über die Aufgaben des Tandembogens (**M 2**) bzw. auch über unser Material:

→ **71 Raabits Mathematik, Juni 2012, IV/B, Einzelmateriale 85, M 12**

Der Irrgarten (**M 3, M 4**) beinhaltet weitere Eigenschaften des Integrals. Hier ist die Selbstkontrolle dadurch gegeben, dass die Schüler nur dann vom Eingang zum Ausgang des Irrgartens finden, wenn sie alle Fragen richtig beantwortet haben.

### Der Flächeninhalt zwischen den Graphen zweier Funktionen

Die Entwicklung eines Verfahrens zur Bestimmung des Flächeninhalts zwischen den Graphen zweier Funktionen erfolgt in Gruppen mit unterschiedlichen Funktionen (**M 5**). Abschluss ist eine Präsentation der Ergebnisse durch einzelne Schüler mit Unterstützung der übrigen Gruppenmitglieder.

Folgende Fälle werden behandelt:

- A. Die beiden Graphen schneiden einander auf der x-Achse.
- B. Die Fläche liegt vollständig oberhalb der x-Achse.
- C. Die Fläche liegt vollständig unterhalb der x-Achse.
- D. Allgemeiner Fall: Die Fläche liegt sowohl oberhalb als auch unterhalb der x-Achse.

Da die Fälle unterschiedlichen Schwierigkeitsgrad haben, bietet sich eine **Differenzierung** nach Leistungsstärke an.

Unabhängig von der Wahl der Methode sollte im Anschluss eine **Übersicht** entwickelt werden, z. B. in Form einer Tabelle (Vorlage: siehe Lösungs- und Erläuterungsteil, Lösungsseite 4). Im Plenum arbeiten Sie dann Gemeinsamkeiten bzw. Unterschiede zwischen den Fällen A bis D heraus.

Der allgemeine Fall D, bei dem Teile der Fläche oberhalb und Teile der Fläche unterhalb der x-Achse liegen und bei dem die Schnittpunkte nicht auf der Achse liegen, wird im Unterrichtsgespräch hergeleitet, weil nicht zu erwarten ist, dass (viele) Schüler die Idee der **Verschiebung in y-Richtung** selbstständig entwickeln. Durch den Impuls der Rückführung auf einen der bekannten Fälle können Sie Ihre Schüler auf den Weg bringen.

#### Tipp

Nutzen Sie das Material mit einem **Computer-Algebra-System**. Es wird die Integration erleichtert, aber die Verfahrensweise zur Bestimmung von Flächeninhalten zwischen den Graphen zweier Funktionen muss dennoch entwickelt werden.

**Alternative**

Grundsätzlich können auch die Fälle A und C durch Verschiebung in y-Richtung gelöst werden. Wenn Sie diesen Weg bevorzugen, dann können nach der Behandlung des Falles B und nach der Entwicklung der Idee die Aufgaben A, C und D in Gruppen bearbeitet werden. Auch hier sollten Sie die Ergebnisse in einer Tabelle zusammenstellen, sodass die Lernenden erkennen können, dass die Vorgehensweise beim Bestimmen von Flächeninhalten zwischen zwei Graphen stets die gleiche ist.

**Lernerfolgskontrolle**

Das Material **M 6** dient dazu, die Kenntnisse Ihrer Schüler zu überprüfen. Es ist binnendifferenziert. Die Tipps teilen Sie nur aus, wenn Ihre Schüler nicht weiterkommen.

**Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz**

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 2	L 2	... entdecken Eigenschaften des bestimmten Integrals ( <b>M 1</b> ),	I
K 1	L 1	... begründen ihre Entscheidungen zum Irrgarten ( <b>M 3, M 4</b> ),	II
K 1, K 4, K 5	L 1, L 4	... vereinfachen Integrale ( <b>M 1–M 4</b> ),	I–III
K 2	L 2	... entwickeln ein Verfahren zur Bestimmung des Flächeninhalts zwischen zwei Funktionsgraphen ( <b>M 5</b> ),	I–III
K 2, K 5	L 2, L 4	... vertiefen das Gelernte durch eine Lernerfolgskontrolle ( <b>M 6</b> ).	III

**Abkürzungen***Kompetenzen*

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

*Leitideen*

L 1 (Zahl und Zahlbereiche); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

*Anforderungsbereiche*

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

<b>Reihe 19</b> S 4	<b>Verlauf</b>	<b>Material</b>	<b>LEK</b>	<b>Glossar</b>	<b>Lösungen</b>
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

II/A

## Auf einen Blick

Material	Thema	Stunde
<b>M 1</b>	<b>Die Eigenschaften des bestimmten Integrals</b> Integrale berechnen, gleichzeitig Regeln für das bestimmte Integral herausarbeiten und die jeweiligen Ergebnisse präsentieren <u>Regeln:</u> – Summenregel – Faktorregel – Intervalladditivität – Vertauschen der Grenzen	1.
<b>M 2</b>	<b>Die Vereinfachung von Integralen üben – Tandembogen</b> Integrale vereinfachen und sich gegenseitig kontrollieren	2.
<b>M 3</b>	<b>Richtig/falsch? – Finden Sie den Weg durch den Irrgarten!</b> Aussagen über Integrale überprüfen und die Lösung selbstständig mithilfe eines Irrgartens kontrollieren	3.
<b>M 4</b> (SW-Fo)	<b>Der Irrgarten</b> Schwarz-Weiß-Folienvorlage zur Kontrolle der Lösung M 3	
<b>M 5</b>	<b>Der Flächeninhalt zwischen zwei Graphen</b> Die von zwei Graphen eingeschlossene Fläche berechnen	4.
<b>M 6</b> (LEK)	<b>Sind Sie fit? – Testen Sie Ihr Wissen!</b> Integrale berechnen und den eigenen Lernerfolg kontrollieren	5.

### Minimalplan

Behandeln Sie nur die Eigenschaften des bestimmten Integrals (**M 1, M 2**). Den Irrgarten bearbeiten Ihre Schüler als Hausaufgabe.

# SCHOOL-SCOUT.DE



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

**Auszug aus:**

*Integralrechnung*

Das komplette Material finden Sie hier:

[School-Scout.de](http://School-Scout.de)

