

SCHOOL-SCOUT.DE

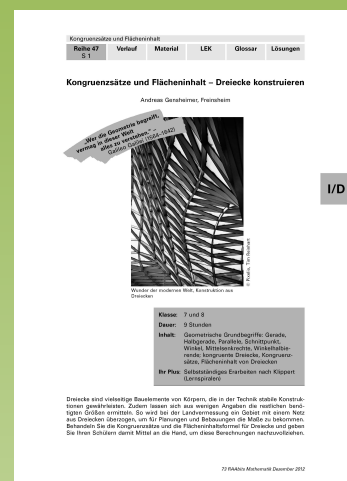
Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kongruenzsätze und Flächeninhalt

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



Kongruenzsätze und Flächeninhalt – Dreiecke konstruieren

Andreas Gensheimer, Freinsheim

„Wer die Geometrie begreift,
vermag in dieser Welt
alles zu verstehen.“ –
Galileo Galilei (1564–1642)



© Pixelio, Tim Reinhard

Wunder der modernen Welt, Konstruktion aus Dreiecken

I/D

Klasse: 7 und 8

Dauer: 9 Stunden

Inhalt: Geometrische Grundbegriffe: Gerade, Halbgerade, Parallele, Schnittpunkt, Winkel, Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende; kongruente Dreiecke, Kongruenzsätze, Flächeninhalt von Dreiecken

Ihr Plus: Selbstständiges Erarbeiten nach Klippert (Lernspiralen)

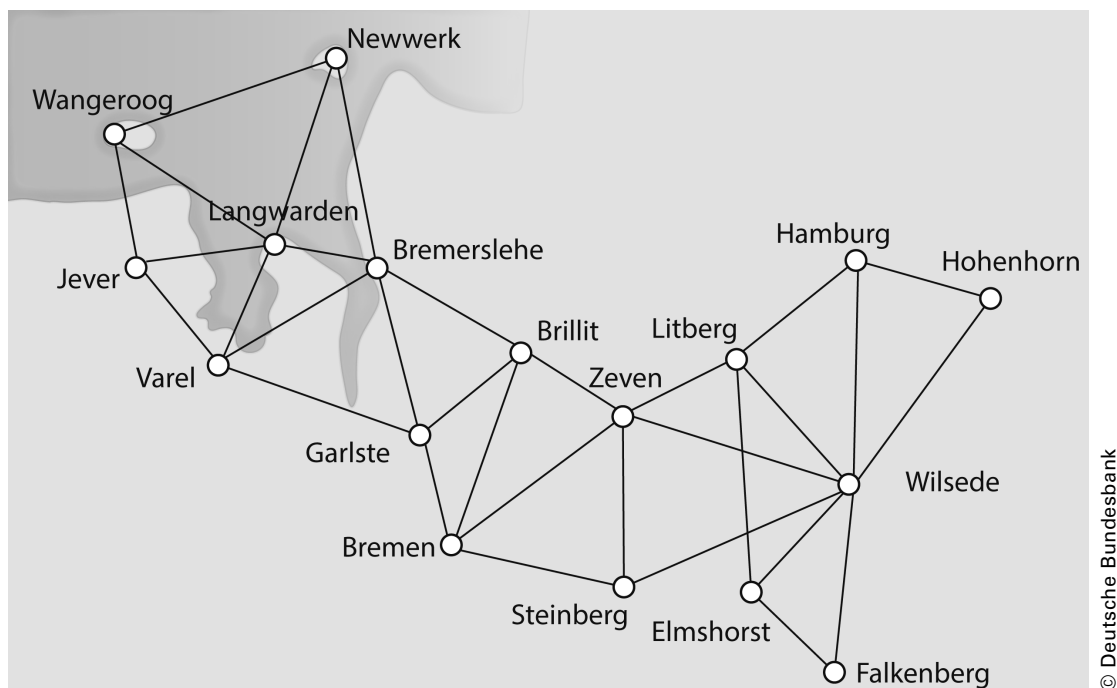
Dreiecke sind vielseitige Bauelemente von Körpern, die in der Technik stabile Konstruktionen gewährleisten. Zudem lassen sich aus wenigen Angaben die restlichen benötigten Größen ermitteln. So wird bei der Landvermessung ein Gebiet mit einem Netz aus Dreiecken überzogen, um für Planungen und Bebauungen die Maße zu bekommen. Behandeln Sie die Kongruenzsätze und die Flächeninhaltsformel für Dreiecke und geben Sie Ihren Schülern damit Mittel an die Hand, um diese Berechnungen nachzuvollziehen.

Didaktisch-methodische Hinweise

Die Geometrie geht auf die Ägypter und Babylonier zurück. Sie schufen bei der Landvermessung geometrische Grundvorstellungen. Etwa im 6. Jahrhundert v. Chr. erhoben die Griechen dieses Teilgebiet der Mathematik zur Wissenschaft, indem sie logische Grundsätze und systematische Überlegungen mit einbezogen. Übersetzt bedeutet das aus dem Griechischen stammende Wort *Geometrie* so viel wie *Erdmessung*.

Ein kleines Teilgebiet der Geometrie ist die **Trigonometrie**, die Messung, Berechnung und mathematische Beschreibung des **Dreiecks**. Dreiecke haben drei Seiten und sind damit die einfachsten ebenen Figuren. Sie lassen sich verwenden, um mathematische Figuren mit mehr Seiten zu beschreiben und deren Flächeninhalt zu berechnen. Dazu teilt man die Figuren in Dreiecke ein. Auch Land lässt sich in dreieckige Flächen aufteilen. Deshalb spielt das Dreieck in der **Landvermessung** eine wichtige Rolle.

Beispiel:



Das auf dem alten 10-DM-Schein abgebildete Vermessungsnetz von Carl Friedrich Gauß (1777–1855), das er für die Vermessung des Königreichs Hannover anlegte.

Außerdem spielen Dreiecke in unserem **Alltag** eine Rolle: Die Vorderseite von Häusern mit spitzem Giebel ist dreieckig, manche Gartengrundstücke auch. Die Schüler benutzen ihr Geodreieck für Konstruktionen. Das Försterdreieck wird auch heute noch eingesetzt, um die Höhe von Bäumen zu bestimmen. Auch manche Gebrauchsgegenstände sind dreieckig. Möglich ist dies, weil man Dreiecke auf einfache Weise bestimmen kann.

In diesem Beitrag führen wir den **Dreiecksbegriff** ein. Damit legen wir die Grundlage zum Verständnis dieser Figur. Zunächst steht die **zeichnerische Beschreibung** des Dreiecks im Vordergrund. Seine begriffliche Erfassung folgt. Die Schüler lernen die **Kongruenzsätze** kennen und leiten selbstständig die **Flächeninhaltsformel** her (Methode von Klippert).

Geometrie ist vielschichtig und zuweilen sehr abstrakt. **Kongruenzabbildungen** wie das Drehen und Verschieben kann man sich aber anhand anschaulicher Beispiele klarmachen. Wählen Sie den vielfach immanenten Alltagsbezug für eine anwendungsorientierte Herangehensweise.

Reihe 47 S 3	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
-----------------	---------	----------	-----	---------	----------

Bezug zu den Bildungsplänen

Im Lehrplan Rheinland-Pfalz für die Schulstufen 7/8 hängen die Leitideen **Messen und Größen** (L2) und **Raum und Form** (L3) eng zusammen. Es wird deshalb empfohlen, die Inhalte beider Leitideen miteinander zu verknüpfen. Bei Leitidee L2 bildet die **Bestimmung von Flächeninhalten** ebener Figuren den Schwerpunkt. Die aus der Orientierungsstufe bekannten Verfahren werden erweitert. Hat man dort noch Figuren mit Einheitsquadraten ausgelegt, um den Flächeninhalt zu bestimmen, so führt diese Methode nun nicht mehr zum Erfolg. Die Flächen müssen durch **Zerlegung** oder **Ergänzung** umgewandelt werden, was für die Ermittlung der gesuchten Flächeninhalte der elegantere Weg ist. Bringen Sie Ihren Schülern diese neue Herangehensweise am Beispiel von Dreiecken nahe. Im späteren Verlauf können Sie diese Idee auf alle weiteren Figuren, bei denen der Flächeninhalt bestimmt werden soll, ausdehnen.

Verknüpfen Sie den Dreiecksbegriff aus Leitidee L2 mit den Themen rund ums Dreieck aus Leitidee L3. Nachdem in der Orientierungsstufe das Erkennen und Erzeugen **symmetrischer Figuren** im Mittelpunkt stand, liegt hier der Schwerpunkt auf dem **Abbildungsbegriff**. Nun führen die Schüler Abbildungen wie Verschiebungen und Drehungen mithilfe von Zirkel und Lineal durch. Setzen Sie dazu eine dynamische Geometriesoftware ein, z. B. GeoGebra (<http://www.geogebra.org>).

Unter <http://www.geogebra.org/de/wiki/index.php/Unterrichtsmaterialien> finden Sie außerdem zusätzliche Materialien, die Sie in Ihren Unterricht einbauen können. Auch die Seite <http://wunderland.hirnwindungen.de/> bietet viele Möglichkeiten der Anwendung und Vertiefung. Egal ob althergebrachte Konstruktion mit Zirkel und Lineal oder am PC, in beiden Fällen ist es wichtig, die Schüler ihre Vorgehensweise beschreiben zu lassen. Sie sollen **Eigenschaften der Abbildungen** nennen. Dies trainiert vor allem die Kompetenzen K1 und K6.

Des Weiteren führt dieser Beitrag das Thema **Kongruenz von Dreiecken** ein und festigt es. Die Schüler stellen an kongruenten Dreiecken die Kongruenz fest und begründen sie. Nachdem Sie die Kongruenzsätze an der Tafel hergeleitet haben, zeichnen die Schüler mithilfe dieser Sätze kongruente Dreiecke. Angaben, die nicht zu Dreiecken führen (Dreiecksungleichung), und uneindeutige Lösungen (vgl. **M 12**) können Sie dabei einbauen und so den Kongruenzbegriff festigen. Anwendungsbeispiele behandeln Sie am Ende.

Zur Methode der Lernspiralen (nach Heinz Klippert)

Schule und Unterricht sind im Wandel begriffen. Auch unsere Schüler haben sich verändert. Hinzu kommen die neuen Bildungsstandards, die Lernen und Lehren auf Kompetenzerwerb und das Erreichen von Erwartungshorizonten hin ausrichten. Eigenständiges Erarbeiten von Sachverhalten, die Kommunikation im Team und das Präsentieren der Ergebnisse stehen im Vordergrund, dafür immer weniger das Vorbeten von auswendig gelernten Formeln. Kompetenzorientierte und alltagsbezogene Aufgaben lösen die Masse an immer gleichen, wenig abgewandelten Übungsphasen ab. Gleich die Mathematik früher eher dem Erlernen des Fahrradfahrens, indem man viel übte, steht heute das Verstehen und Durchdringen der Materie im Vordergrund.

Diese, wie **Klippert** es ausdrückt, doppelte Zielsetzung der Lehrrentlastung und Lernförderung gewährleisten dabei die von ihm entwickelten **Lernspiralen**. Durch ganz unterschiedliche Aktionen bohren sich die Schüler im wahrsten Sinne des Wortes in die Materie hinein. Durch diese eigenständige Arbeit ist der Lehrer im Wesentlichen Beobachter, was zur Entlastung während der Stunde führt.

Doch funktioniert diese Methode nur, wenn die Schüler auch ausreichende Kenntnisse und Kompetenzen mitbringen. Lernspiralen sind grundsätzlich gegliedert in eine **Eigenarbeitsphase**, in der jedes Kind für sich eine Art Vorbereitung leistet. Anschließend werden in Partner- und Gruppenphasen die Überlegungen vertieft und daraufhin präsentiert. Vor allem die Stillarbeitsphase und die Präsentation sollten Sie mit den Schülern

Reihe 47 S 4	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

zuvor besprechen. Es ist wichtig, dass jeder der Lerngruppe zu Beginn für sich arbeitet. Fehler stellen dabei keine Probleme dar. Fragen notiert jeder Schüler ins Heft. So ist gewährleistet, dass sich keiner ausklinkt. Mit jeder weiteren Phase steigert sich die Interaktion zwischen den Schülern. Die Komplexität des Blickwinkels, den sie einnehmen können, steigt, wobei die Schüler auf ihre Ideen aus der vorhergehenden Stufe zurückgreifen.

Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathematische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler ...	Anforderungsbereich
K 1, K 2, K 5, K 6	L 3	... führen Kongruenzabbildungen aus, ... nennen Eigenschaften von Kongruenzabbildungen und wenden diese an, ... konstruieren Dreiecke aus gegebenen Seitenlängen und Winkelmaßen und beschreiben ihre Konstruktion, ... kennen ausgewählte Kongruenzsätze und nutzen diese zur Konstruktion von Dreiecken,	I–III
K 1, K 2, K 5	L 2	... führen den Flächeninhalt von Dreiecken auf bekannte Vielecke zurück und bestimmen so den Flächeninhalt, ... leiten die Flächeninhaltsformel für Dreiecke her und wenden sie an.	I–III

Abkürzungen

Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

Reihe 47 S 5	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Auf einen Blick

Vorwissen aktivieren

Material	Thema	Stunde
M 1	Ein Rätsel zu den geometrischen Grundbegriffen Geometrische Grundbegriffe wiederholen	HA
M 2	Geometrische Konstruktionen – wiederhole dein Wissen! Zeichenübung (Umgang mit Zirkel und Lineal); Muster fortsetzen	1.
M 3	Tippkarten zu Material M 2 Geometrische Grundbegriffe (Definition) Konstruktion von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden	
M 4	Achsensymmetrische Figuren – wiederhole dein Wissen! Alltägliche Figuren auf ihre Symmetrie hin untersuchen Die Achsenspiegelung und ihre Eigenschaften wiederholen	2.

I/D

Die drei anderen Kongruenzabbildungen einführen

Material	Thema	Stunde
M 5	Die Punktspiegelung Die Abbildung kennenlernen und einüben; ihre Eigenschaften (Fixpunkte, Winkel, Seiten, Orientierung, Figur und Bildfigur)	3.
M 6 (LEK)	Teste dein Wissen! Parallele, Mittelsenkrechte, Achsen- und Punktspiegelung	4.
M 7	Die Drehung Die Abbildung kennenlernen und einüben; ihre Eigenschaften	5.
M 8	Die Verschiebung Die Abbildung kennenlernen und einüben; ihre Eigenschaften	

Kongruente Figuren

Material	Thema	Stunde
M 9 (Fo)	Welche Dreiecke sind deckungsgleich? Den Kongruenzbegriff handlungsorientiert einführen	6.
M 10	Kongruente Dreiecke entdecken Ausprobieren, wie viele Angaben man braucht, um ein Dreieck eindeutig festzulegen	

Reihe 47 S 6	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen
------------------------	----------------	-----------------	------------	----------------	-----------------

Die Kongruenzsätze für Dreiecke

M 11	Die Kongruenzsätze für Dreiecke Kongruenzsätze für Dreiecke kennenlernen; zu einer Konstruktionsbeschreibung den entsprechenden Kongruenzsatz finden	7.
M 12	Die Kongruenzsätze anwenden Mithilfe der Kongruenzsätze aus drei Größen Dreiecke konstruieren; Beispiel, wo die Sätze nicht weiterhelfen	

Der Flächeninhalt von Dreiecken

Material	Thema	Stunde
M 13	So berechnest du den Flächeninhalt von Dreiecken Herleitung der Flächeninhaltsformel für Dreiecke	8.
M 14	Jetzt bist du dran! – Übungsaufgaben Innermathematische Probleme und Anwendungsaufgaben	9.

Minimalplan

Sinnvoll ist die Unterrichtseinheit kaum zu kürzen, da sie sich eng am Lehrplan orientiert und Sie die Themen nicht aussparen können. Einzig bietet der Lehrplan den Hinweis, sich auf **zwei Kongruenzsätze** zu beschränken, wie etwa **sss** und **Ssw_g**.

In der Erarbeitung und Durchführung des Themas lassen sich einzelne Stunden verkürzen, auch wenn dabei die Idee der Lernspirale und des eigenständigen Arbeitens verloren gehen. Sie können auf den Einsatz der dynamischen Geometriesoftware verzichten, obwohl auch das nicht sinnvoll ist. Am ehesten straffen Sie den Zeitplan bei der Erarbeitung der Sachverhalte, indem Sie z. B. die Erarbeitungsphase in die Partner- oder Gruppenarbeitsphase integrieren. Bei der Präsentation der Ergebnisse im Plenum sparen Sie Zeit ein, wenn Sie darauf verzichten, die Gruppen ihre Ergebnisse einzeln vorstellen zu lassen.

Mediathek

Die kostenlose dynamische Geometriesoftware **GeoGebra** laden Sie hier herunter:

<http://www.geogebra.org/cms/de/download>

Zusatzmaterialien:

<http://www.geogebra.org/de/wiki/index.php/Unterrichtsmaterialien>

Anwendung und Vertiefung:

<http://wunderland.hirnwindungen.de/>

SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Kongruenzsätze und Flächeninhalt

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

