

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

# Auszug aus:

Die Remus-Insel im Rheinsberger See

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de





Reihe 13 Verlauf S 1

**Material** 

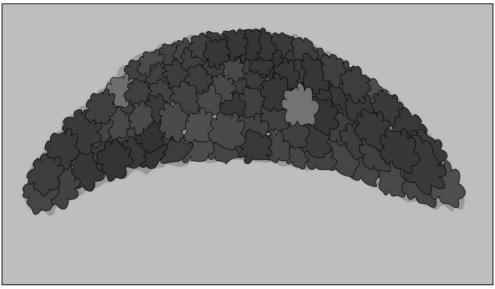
LEK

Glossar

Lösungen

# Die Remus-Insel im Rheinsberger See – die Fläche zwischen zwei Kurven berechnen

Dr. Christina Collet, Mainz



Modell der Remus-Insel im Rheinsberger See/Brandenburg

Klasse: 11 und 12

Dauer: 4 Stunden

Inhalt: Flächenberechnung zwischen zwei Kurven;

Quadratische Funktionen; Modellierung;

Integralrechnung

Ihr Plus: 6 Schritte zur Modellierung eines

mathematischen Problems

GeoGebra-Dateien auf CD-ROM 45

Im Internet findet man immer wieder Angebote zum Erwerb von Inseln. In diesem Zusammenhang stellte ein Benutzer des Internetforums *Gutefrage.net* die fiktive Frage, ob ein Preis von 2,64 Millionen Euro für die Remus-Insel im Rheinsberger See (Brandenburg) angemessen sei. Die Frage bildet den Ausgangspunkt dieses Beitrages. Man kann die Fläche der Remus-Insel nämlich sehr gut mithilfe von quadratischen Funktionen beschreiben. Nutzen Sie diese Modellierung, um mit Ihren Schülern problemorientiert in die Flächenberechnung zwischen zwei Kurven einzusteigen.



Die Fläche zwi	schen zwei Kur	ven berechnen			
Reihe 13	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen



### Didaktisch-methodische Hinweise

Die Bestimmung der Fläche spielt auf vielen Gebieten eine Rolle, unter anderem in der häuslichen Umgebung (z. B. Fläche eines Zimmers, Wandflächen zum Streichen, Wohnungsgröße), Kunst (z. B. Kirchenfenster), Technik (z. B. Vermessung von Baugrundstücken, Solaranlagen, Flurbereinigung) und Immobilienbranche (z. B. Verkauf von Grundstücken). Der Beitrag stellt die Berechnung der Fläche zwischen zwei Kurven anwendungsorientiert vor.

#### Stundeneinstieg

Den Stundeneinstieg bildet die Frage eines Herrn *Miezmaunz* auf dem Internetforum *Gutefrage.net*: "Die Remus-Insel im Rheinsberger See (Brandenburg) soll 2,64 Millionen Euro kosten. Ist das ein fairer Preis?"

Hier bestimmen die Schüler selbst, wie ausführlich sie ihr Vorgehen beschreiben wollen. Wichtig ist, dass sie erkennen, dass der Preis von der Fläche der Insel abhängt. Die Frage nach dieser Fläche bildet den roten Faden der Stunde. Mit dem Impuls in Form einer Frage holen Sie die Schüler dort ab, wo sie stehen. Sicherlich haben die Lernenden schon einmal eine Frage in einem Forum gestellt oder beantwortet (z. B. in einem Mathe-Nachhilfe-Forum). Zudem ist der Kauf und Verkauf von Inseln ein interessantes Thema. Ermöglichen Sie den Lernenden mit diesem Einstieg von Beginn der Stunde an eine Zielorientierung zum inhaltlichen Kontext, nämlich der Flächenberechnung zwischen zwei Kurven.

Um zum Arbeitsauftrag überzuleiten, kopieren Sie die Insel (**M 1**) auf Folie und zoomen sie mithilfe der entsprechenden Funktion des Overhead-Projektors heran. Die Schüler können auf der Folie die vergrößerte Remus-Insel und fünf Punkte erkennen sowie die gemessenen Strecken:  $\overline{AB} = 360 \, \text{m}$ ,  $\overline{EC} = 135 \, \text{m}$  und  $\overline{ED} = 35 \, \text{m}$ .

#### **Erarbeitung nach dem ICH-DU-WIR-Prinzip**

Die Schüler erhalten ein Arbeitsblatt mit der Remus-Insel und den Maßen der Strecken (**M 1**). Sie sollen sich eine Strategie überlegen, um die Frage von Miezmaunz zu beantworten. Das Arbeitsblatt ist bewusst offen gestaltet, um die Schüler zum Denken anzuregen.

Gehen Sie in dieser Phase methodisch nach dem ICH-DU-WIR-Prinzip von Gallin und Ruf vor (Gallin, P. & Ruf, U. (1998): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Seelze: Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung). Hierbei erarbeiten die Schüler zunächst für sich selbst erste Überlegungen zur Flächenberechnung (Ich-Phase: 5 Minuten). Sie legen eigenständig ihr Koordinatensystem fest und finden einen Ansatz zur Bestimmung der Funktionsgleichungen. Anschließend tauschen sich die Schüler mit ihrem Partner aus und arbeiten zu zweit weiter (Du-Phase: 10 Minuten). Ziel dieser Phase ist es, dass die Partner sich auf ein Koordinatensystem einigen und damit gemeinsam die Funktionsgleichungen aufstellen. Um bei diesem offen gestellten Arbeitsauftrag große Ratlosigkeit zu vermeiden, teilen Sie die Tippkarten (M 2) aus. Es empfiehlt sich, zur Vorbereitung im Vorfeld mit den Schülern das Thema *Quadratische Funktionen – allgemeine Funktionsgleichung und Lage im Koordinatensystem* – zu wiederholen.

Nach der Erarbeitungsphase sammeln Sie tragfähige Lösungsansätze im Plenum und lassen sie die Schüler vorstellen (Wir-Phase: 30 Minuten). Damit sichern Sie das Ausgangsniveau zur weiteren Arbeit für alle gemeinsam. Wichtig ist hierbei, dass die Schüler mindestens eine Lage des Koordinatensystems zeigen und kurz erläutern, wie sie die zugehörigen Funktionsgleichungen aufgestellt haben (**M 3**). Wünschenswert ist eine Vielfalt an Lösungsmöglichkeiten (bezüglich der Lage des Koordinatensystems).

Nachdem Sie mindestens die Ansätze A, B und C besprochen haben (**M 4–M 6**), arbeiten alle Schüler auf der Basis der Funktionsgleichungen weiter, die sie aufgestellt haben, um

II/A

die Fläche der Insel anzunähern. Hierzu stehen ihnen verschiedene **Tippkarten (M 4–M 6)** zur Verfügung. Diese hängen davon ab, wohin die Schüler ihr Koordinatensystem gelegt haben. Bilden Sie – den Lösungsansätzen entsprechend – Gruppen. Lassen Sie die Schüler den Flächeninhalt zwischen den beiden Kurven mit dem jeweiligen Ansatz berechnen.

#### Sicherung

Wenn die Schüler die Fläche der Remus-Insel (zumindest teilweise) berechnet haben, findet die zweite Sicherungsphase statt, in der mindestens eine Schülergruppe ihre Ergebnisse auf Folie überträgt und vorstellt. Die Schüler sollen den von ihnen gewählten Lösungsweg verständlich präsentieren, um damit die Frage nach dem Preis pro m² und also die Eingangsfrage von Miezmaunz zu beantworten.

Sie runden die drei Stunden ab, indem Sie die **Fläche der Insel** laut Kataster- und Vermessungsamt Ostprignitz Ruppin nennen (**23 980 m²**) und die Schüler ihre Näherung bewerten lassen. Anschließend machen Sie den Schülern die Vorgehensweise beim Modellieren bewusst. Folgende allgemeine Schritte schreiben Sie an die Tafel:

#### Das Vorgehen beim Modellieren

- 1. Erfassen der Situation aus dem Alltag
- 2. Vereinfachen der Situation und Entwicklung eines mathematischen Modells
- 3. Übersetzen des Modells in mathematische Gleichungen
- 4. Mathematische Lösung in dem gewählten Modell
- 5. Überprüfung und Bewertung der Lösung
- 6. Interpretation in der Sprache des Anwenders

Aufgabe der Schüler ist es, diese Vorgehensweise am Beispiel des Kagarsees in Mecklenburg-Vorpommern zu konkretisieren. Als Hilfe teilen Sie das Material **M 7** aus, auf dem die Modellierungsschritte noch einmal am Beispiel der Remus-Insel dargestellt sind. Die Schüler entwickeln als **Lernerfolgskontrolle** ein Verfahren zur Berechnung der Größe des Kagarsees und stellen dieses ausführlich dar (**M 8**).

# Bezug zu den Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz

Allg. mathe- matische Kompetenz	Leitidee	Inhaltsbezogene Kompetenzen Die Schüler	Anforderungs- bereich
K 3	L3	übersetzen das Ausgangsproblem in ein geeignetes mathematisches Modell (M 1),	II
K 2	L 3	entwickeln eine mathematische Lösungsstrategie (M 2, M 3),	II
K 3	L 3	berechnen (Einzel-)Integrale, greifen also auf das Zerlegungsprinzip zurück (M 4–M 6),	II
K 3	L 3	wenden ihre Ergebnisse auf das eingangs gestellte Problem an und inter- pretieren sie im Sachzusammenhang,	II
K 6	L 3	stellen ihre Überlegungen verständ- lich dar und antworten auf Fragen ihrer Mitschüler.	II

Die Fläche zwi	schen zwei Kur	ven berechnen			
Reihe 13	Verlauf	Material	LEK	Glossar	Lösungen



#### Abkürzungen

#### Kompetenzen

K 1 (Mathematisch argumentieren); K 2 (Probleme mathematisch lösen); K 3 (Mathematisch modellieren); K 4 (Mathematische Darstellungen verwenden); K 5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen); K 6 (Kommunizieren)

#### Leitideen

L 1 (Zahl und Zahlbereich); L 2 (Messen und Größen); L 3 (Raum und Form); L 4 (Funktionaler Zusammenhang); L 5 (Daten und Zufall)

#### Anforderungsbereiche

I Reproduzieren; II Zusammenhänge herstellen; III Verallgemeinern und Reflektieren

# Auf einen Blick

#### Stunde 1-3: Ein Modellierungsproblem lösen

Material	Thema
M 1	Die Remus-Insel für 2,64 Millionen Euro – preiswert oder zu teuer?
	Das Ausgangsproblem erfassen und beschreiben
M 2	Tippkarten zur Modellierung der Remus-Insel
	Für die offene Aufgabenstellung mithilfe von Tippkarten einen Ansatz finden
M 3	So bekommen Sie das Problem in den Griff (Ansatz A)!
(Fo)	Die Lage des Koordinatensystems festlegen und die Funktionsterme der beiden quadratischen Funktionen, die den Rand der Insel beschreiben, aufstellen

#### Hilfe zur Selbsthilfe

Material	Thema
M 4	Tippkarten zur Bestimmung der Fläche (Ansatz A)
	Gestufte Hilfen zu Ansatz A
M 5	Tippkarten zur Bestimmung der Fläche (Ansatz B)
	Gestufte Hilfen zu Ansatz B
M 6	Tippkarten zur Bestimmung der Fläche (Ansatz C)
	Gestufte Hilfen zu Ansatz C

## Stunde 4: Modellieren – die Methode festigen (Lernerfolgskontrolle)

Material	Thema
M 7	So geht's – Schritte des Modellierungsprozesses
M 8	Die Fläche des Kagarsees bestimmen – wiederholen Sie die Methode!
(LEK)	Die neue Methode auf ein anderes Problem anwenden



Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

# Auszug aus:

Die Remus-Insel im Rheinsberger See

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



