Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lineare Abhängigkeit von Vektoren

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

SCHOOL-SCOUT: **Thema:** **TMD: 2956**	**Mathematik** **Lineare Abhängigkeit von Vektoren**
Kurzvorstellung des Materials:	• In diesem Dokument werden alle vorhandenen Abstandsbestimmungsverfahren zwischen Ebenen, Ebene/Gerade und Geraden erklärt. • Es wird ausführlich die Linearkombination und die lineare Abhängigkeit mit ihren Gesetzen erläutert. • Mit Aufgaben und Lösungen.
Information zum Dokument	Ca. 5 Seiten, Größe ca. 115 KByte
SCHOOL-SCOUT – schnelle Hilfe per E-Mail	SCHOOL-SCOUT ⬩ Der persönliche Schulservice Internet: http://www.School-Scout.de E-Mail: info@School-Scout.de

diese Gleichung gleich dem Nullvektor. Man löst dann nach den Koeffizienten auf. Dabei ergibt sich entweder eine Lösung oder keine Lösung (also die triviale Lösung).

Fassen wir noch einmal zu einer Definition zusammen:

- Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ heißen linear abhängig, genau dann, wenn die Gleichung $r_1\vec{a}_1 + r_2\vec{a}_2 + \ldots + r_{n-1}\vec{a}_{n-1} + r_n\vec{a}_n = \vec{0}$ eine nicht triviale Lösung besitzt.

- Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_{n-1}, \vec{a}_n$ heißen linear unabhängig genau dann, wenn die Gleichung $r_1\vec{a}_1 + r_2\vec{a}_2 + \ldots + r_{n-1}\vec{a}_{n-1} + r_n\vec{a}_n = \vec{0}$ nur für $r_1 = r_2 = \ldots = r_n = 0$ erfüllt ist.

Sätze zur linearen Abhängigkeit

1) Die Definition der linearen Abhängigkeit bezieht sich eigentlich nur auf eine Summe von mindestens 2 Vektoren. Man kann die Definition der linearen Abhängigkeit theoretisch auch auf nur einen Vektor anwenden:

   a) Ein Vektor $\vec{a}$ ist linear abhängig genau dann, wenn $\vec{a} = \vec{0}$.

      Grund: damit Vektoren linear abhängig sind, dürfen nicht alle Koeffizienten null sein. Bei einem Vektor, der linear abhängig sein soll, darf der Koeffizient nicht null sein. Damit der Vektor dennoch dem Nullvektor entspricht, muss $\vec{a}$ gleich dem Nullvektor sein.

   b) Ein Vektor $\vec{a}$ ist linear unabhängig genau dann, wenn $\vec{a} \neq \vec{0}$.

      Grund: Ein Vektor, der ungleich dem Nullvektor ist, soll linear abhängig sein, soll also gleich dem Nullvektor sein. Dies geht nur, wenn der Koeffizient null ist. Ist der (einzige) Koeffizient jedoch null, ist die lineare Abhängigkeit nicht mehr erfüllt.

2) Befindet sich unter den Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ der Nullvektor $\vec{0}$, so sind die Vektoren linear abhängig.

   Grund: Sollen Vektoren linear abhängig sein, so dürfen nicht alle Koeffizienten null sein, um den Nullvektor zu erzeugen. Ist unter den Vektoren, die auf lineare Abhängigkeit geprüft werden sollen, der Nullvektor, so ist zumindest der Koeffizient des Nullvektors von null verschieden. Dementsprechend sind nicht alle Koeffizienten null, also sind die Vektoren linear abhängig.

3) Vektoren sind linear abhängig, genau dann, wenn es unter ihnen wenigstens einen gibt, der sich aus den anderen linear erzeugen lässt.

   Grund: Kann man einen Vektor aus anderen Vektoren linear (also durch Linearkombination) erzeugen, so ergibt die Summe der beteiligten Vektoren (z.B. $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$) mit entsprechenden Koeffizienten einen Vektor, z.B. den Vektor $\vec{b}$. Formt man nun die Gleichung so um, dass die Vektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n$ und der Vektor $\vec{b}$ auf der gleichen

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Lineare Abhängigkeit von Vektoren

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de