



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathe-Leistungskurs-Klausur Stufe 12

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de



$$E3 = \sigma \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 9 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

d) Höhe der Pyramide

Die Höhe der Pyramide ist die Länge des Vektors ST. Bedingungen: T liegt in E2, ST ist orthogonal zu den Richtungsvektoren 1 und 2 der Ebene 2.

$$ST = \lambda \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -13 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt von Richtungsvektor 1 und ST: $-44 + 90\mu + 35\lambda$

Skalarprodukt von Richtungsvektor 2 und ST: $-93 + 234\mu + 90\lambda$

Lösen des Gleichungssystems:

$$\mu = -\frac{47}{6}$$

$$\lambda = \frac{107}{5}$$

In ST einsetzen: $ST = \left(0 \mid \frac{7}{10} \mid -\frac{21}{10}\right)$

Länge des Vektors ST: 2,21359

Die Höhe der Pyramide ist 2,21.

e) Richtung der Sonnenstrahlen und die Schattenspitze K

Die Richtung der Sonnenstrahlen ist der Vektor SK. $SK = (K-S) = (0 \mid -8 \mid -5)$

Gesucht ist der Abstand von der Schattenspitze zu der Kante AB. Dazu konstruiert man eine Gerade g durch A und B. Der kürzeste Abstand von K zu g ist der gesuchte Abstand.

$$g = \psi \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Um den kleinsten Abstand von g und K zu erhalten, suchen wir den Punkt M .
Bedingungen an M : M liegt auf g und KM ist orthogonal zum Richtungsvektor von g .

$$KM=(M-K)=\psi \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt von KM und dem Richtungsvektor von g : $-3 + 9\psi$

Nach ψ auflösen: $\psi = 1/3$

In KM einsetzen: $KM=(0|6|2)$

Länge des Vektors KM : 6,32456

Der Abstand der Schattenspitze von der Kante AB beträgt ca. 6,32.

f) Pyramide mit Spitze T

Damit alle Winkel an der Spitze T 90° haben, rechnet man das Skalarprodukt von immer 2 Seiten der Pyramide aus und löst dann das entstandene Gleichungssystem.

$$T=(t_1|t_2|t_3)$$

$$\text{Skalar (B-T),(C-T): } (4-t_1)(2-t_1)+(1-t_2)(4-t_2)-t_3(1-t_3)$$

$$\text{Skalar (C-T),(A-T): } (2-t_1)(1-t_1)+(1-t_2)(4-t_2)-t_3(1-t_3)$$

$$\text{Skalar (A-T),(B-T): } (1-t_1)(4-t_1)+(1-t_2)(1-t_2)+t_3(t_3)$$

Die Gleichung hat zwei Lösungen, somit gibt es einmal den Punkt $T_1=(2|2|-1)$ und den Punkt $T_2=(2|\frac{6}{5}|\frac{7}{5})$, die die vorgegeben Bedingungen erfüllen. Beide sind sinnvoll, da es Punkte ober- und unterhalb der Pyramide sind.



SCHOOL-SCOUT.DE

Unterrichtsmaterialien in digitaler und in gedruckter Form

Auszug aus:

Mathe-Leistungskurs-Klausur Stufe 12

Das komplette Material finden Sie hier:

School-Scout.de

